



**UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL**

FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO  
CARRERA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA EN CONTROL Y  
AUTOMATISMO

TEMA:

**Modelado y simulación de un brazo robótico de 6 gdl para aplicaciones  
industriales utilizando MatLab**

AUTOR:

Romero Olivo, William Isaías

Trabajo de Titulación previo a la obtención del grado de  
**INGENIERO ELECTRÓNICO EN CONTROL Y AUTOMATISMO**

TUTOR:

Suarez Murillo, Efraín Oswaldo

Guayaquil, Ecuador

13 de Marzo del 2018



**UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL**

FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO  
CARRERA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA EN CONTROL Y  
AUTOMATISMO

**CERTIFICACIÓN**

Certificamos que el presente trabajo fue realizado en su totalidad por el Sr.  
**Romero Olivo, William Isaías** como requerimiento para la obtención del  
título de **INGENIERO ELECTRÓNICO EN CONTROL Y AUTOMATISMO**

TUTOR

---

Suarez Murillo, Efraín Oswaldo

DIRECTOR DE CARRERA

---

Heras Sánchez, Miguel Armando

Guayaquil, a los 13 días del mes de Marzo del año 2018



**UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL**

FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO  
CARRERA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA EN CONTROL Y  
AUTOMATISMO

**DECLARACIÓN DE RESPONSABILIDAD**

Yo, **Romero Olivo, William Isaías**

**DECLARÓ QUE:**

El trabajo de titulación “**Modelado y simulación de un brazo robótico de 6 gdl para aplicaciones industriales utilizando MatLab**” previo a la obtención del Título de **Ingeniero Electrónico en Control y Automatismo**, ha sido desarrollado respetando derechos intelectuales de terceros conforme las citas que constan en el documento, cuyas fuentes se incorporan en las referencias o bibliografías. Consecuentemente este trabajo es de mi total autoría.

En virtud de esta declaración, me responsabilizo del contenido, veracidad y alcance del Trabajo de Titulación referido.

Guayaquil, a los 13 días del mes de marzo del año 2018

EL AUTOR

---

ROMERO OLIVO, WILLIAM ISAÍAS



**UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL**

FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO  
CARRERA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA EN CONTROL Y  
AUTOMATISMO

**AUTORIZACIÓN**

Yo, **Romero Olivo, William Isaías**

Autorizó a la Universidad Católica de Santiago de Guayaquil, la publicación, en la biblioteca de la institución del Trabajo de Titulación: “**Modelado y simulación de un brazo robótico de 6 gdl para aplicaciones industriales utilizando MatLab**”, cuyo contenido, ideas y criterios son de mi exclusiva responsabilidad y total autoría.

Guayaquil, a los 13 días del mes de marzo del año 2018

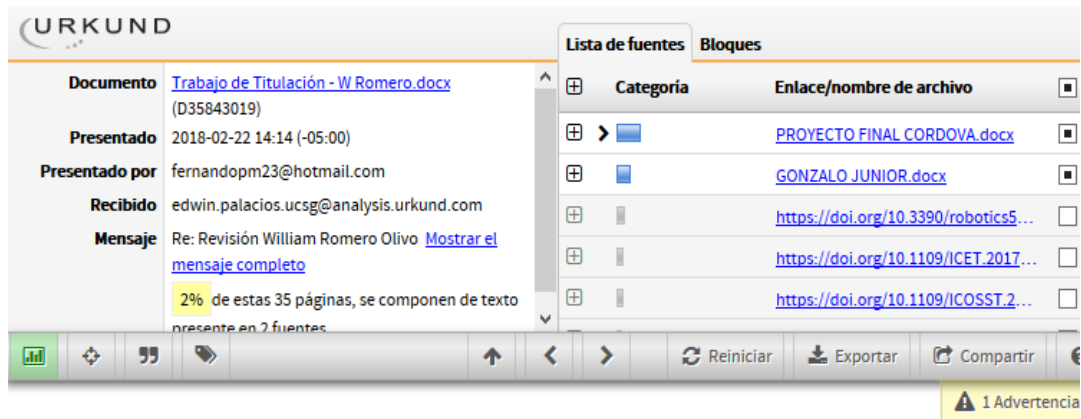
EL AUTOR

---

ROMERO OLIVO, WILLIAM ISAÍAS

## REPORTE DE URKUND

Informe del trabajo de Titulación de la Carrera de Ingeniería Electrónica en Control y Automatismo, con el 2% de coincidencia perteneciente al estudiante ROMERO OLIVO WILLIAM ISAÍAS.



The screenshot displays the URKUND interface. On the left, a sidebar shows document details: 'Documento' is 'Trabajo de Titulación - W Romero.docx' (ID: D35843019), 'Presentado' on '2018-02-22 14:14 (-05:00)', 'Presentado por' 'fernandopm23@hotmail.com', 'Recibido' by 'edwin.palacios.ucsg@analysis.urkund.com', and 'Mensaje' 'Re: Revisión William Romero Olivo' with a link to 'Mostrar el mensaje completo'. A yellow highlight indicates '2% de estas 35 páginas, se componen de texto presente en 2 fuentes'. The main area shows a 'Lista de fuentes' table with columns 'Categoría' and 'Enlace/nombre de archivo'. The table lists: 'PROYECTO FINAL CORDOVA.docx', 'GONZALO JUNIOR.docx', and three DOI links. A toolbar at the bottom includes 'Reiniciar', 'Exportar', and 'Compartir' buttons. A yellow warning box at the bottom right says '1 Advertencia'.

Categoría	Enlace/nombre de archivo
	PROYECTO FINAL CORDOVA.docx
	GONZALO JUNIOR.docx
	<a href="https://doi.org/10.3390/robotics5...">https://doi.org/10.3390/robotics5...</a>
	<a href="https://doi.org/10.1109/ICET.2017...">https://doi.org/10.1109/ICET.2017...</a>
	<a href="https://doi.org/10.1109/ICOSST.2...">https://doi.org/10.1109/ICOSST.2...</a>

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE SANTIAGO DE  
GUAYAQUIL FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA  
PARA EL DESARROLLO CARRERA DE INGENIERÍA  
ELECTRÓNICA EN CONTROL Y AUTOMATISMO

TEMA: Modelado y simulación de un brazo robótico  
de 6 gdl para aplicaciones industriales utilizando  
MatLab

AUTOR: Romero Olivo, William Isaías

Trabajo de Titulación previo a la obtención del  
grado de INGENIERO ELECTRÓNICO EN CONTROL Y  
AUTOMATISMO

TUTOR: Suarez Murillo, Efraín Oswaldo

Guayaquil, Ecuador

Atte.

Ing. Efraín Oswaldo Suárez Murillo  
Docente Tutor

## DEDICATORIA

Toda gloria y honra a Dios, dedico esta tesis a mi Dios, primer protagonista de este logro académico y profesional, mi padre celestial entrego esta meta lograda como ejemplo vivo de que tu mi Dios soberano me has guiado, sustentado, bendecido y dado fuerzas y aliento para mi vida recordando tu poderosa palabra: Aunque mi padre y mi madre me dejen, Con todo, Jehová me recogerá. Sal 27: 10

Dedico esta tesis a quienes fueron en vida mis madres: Mélida Adelaida Olivo Morales y Adelaida Arecia Morales Pincay mujeres valientes, esforzadas, guerreras de Dios a quienes le debía una promesa que hoy por gracia y misericordia de Dios se ha cumplido, en memorias de aquellas mujeres valerosas que se desprendieron de sí misma batallando por su familia, madre solo una, padre cualquiera; de tu orgullo tu hijo y nieto quien te ama William Isaías Romero Olivo.

Jorge Isaac y María Arecia dedico esta meta alcanzada, junto a ustedes he pasado este proceso espiritual, familiar y académico, mis logros alcanzados son los suyos reflejados también, unidos por siempre en el amor de Cristo somos más que vencedores, nada ni nadie podrá separar del amor de Cristo como dice su palabra: ¿Quién nos separará del amor de Cristo? ¿Tribulación, o angustia, o persecución, o hambre, o desnudez, o peligro, o espada?

Ro. 8: 35

Dedico este tiempo de victoria a todas las personas que son y fueron de mucha bendición para mi vida y aquellas personas que tienen la oportunidad de leer esta tesis, es una prueba y proceso que pase durante mi vida académica Dios es fiel para con nosotros. Mi estimado amigo que estás pasando por cualquier problema o proceso déjame animarte a que luches y confíes en las promesas de Dios para tu vida, tal vez el proceso ha sido fuerte, tranquilo Dios no te da pruebas de las cuales no podrás soportar, Dios saca lo mejor de ti y lo perfecciona, recuerda que en problema y dificultad es donde se adora es ahí donde verás la gloria de Dios.

Tú no estás solo mi estimado amigo Dios está contigo dispuesto a escucharte y bendecirte, adelante con tus metas y anhelos que nada y nadie derrumbe tus sueños.

Mira que te mando que te esfuerces y seas valiente; no temas ni desmayes, porque Jehová tu Dios estará contigo en dondequiera que vayas. Jos. 1:9

Bendiciones infinitas Cristo te ama.

EL AUTOR

ROMERO OLIVO, WILLIAM ISAÍAS

## **AGRADECIMIENTO**

### **A DIOS TODOPODEROSO:**

Dios, mi padre celestial que con su amor, misericordia y gracia derramada me ha dado sabiduría, fortaleza para alcanzar esta meta.

### **A MI MADRE:**

Mélida Adelaida Olivo Morales por su amor, su dedicación constante, sus consejos que hoy se ven reflejados en este nuevo logro alcanzado.

### **A MIS HERMANOS:**

Jorge Isaac y María Arecia por su amor, consejos y apoyo incondicional, por sus palabras de aliento durante este proceso de hermandad y logros espirituales, familiares y académicos

### **A MIS COMPAÑEROS DE PROMOCION:**

Por su apoyo incondicional y el tiempo compartido durante este proceso de aprendizaje académico.

### **A TODOS MIS FAMILIARES Y AMIGOS:**

**Familia Olivo Morales, Familia Pauta Vásquez, y Roberto Samuel Moreno Ventura,** gracias por sus oraciones, su apoyo espiritual y familiar, le doy gracias a Dios por llegar a mi vida, por estar en todo momento y ser el apoyo de padre, madre y hermanos manteniendo vivo el recuerdo de mi madre, recordando cada consejo de ella, son parte de este logro obtenido.

### **A MI TUTOR Y PROFESORES:**

Gracias por poder compartir sus conocimientos y enseñanza de la vida y en lo profesional.

EL AUTOR

ROMERO OLIVO, WILLIAM ISAÍAS





**UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE SANTIAGO DE GUAYAQUIL**

FACULTAD DE EDUCACIÓN TÉCNICA PARA EL DESARROLLO  
CARRERA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA EN CONTROL Y  
AUTOMATISMO

**TRIBUNAL DE SUSTENTACIÓN**

f. \_\_\_\_\_

**ING. ROMERO PAZ, MANUEL DE JESÚS**

DECANO

f. \_\_\_\_\_

**ING.MENOZA MERCHAN, EDUARDO VICENTE**

COORDINADOR DE TITULACIÓN

f. \_\_\_\_\_

**ING. PALACIOS MELÉNDEZ, EDWIN FERNANDO**

OPONENTE

## Índice General

Índice de Figuras .....	XIII
Índice de Tablas.....	XVI
Resumen .....	XVII
CAPÍTULO 1: Descripción del Trabajo de Titulación .....	18
1.1. Introducción de instrumentación y simulación virtual. ....	18
1.2. Antecedentes de la investigación. ....	19
1.3. Definición del problema. ....	20
1.4. Justificación del problema. ....	20
1.5. Objetivos .....	21
1.5.1. Objetivo General.....	21
1.5.2. Objetivos Específicos. ....	21
1.6. Hipótesis.....	21
1.7. Metodología de investigación. ....	22
CAPÍTULO 2: Fundamentación Teórica .....	23
2.1. Evolución histórica de los robots manipuladores.....	23
2.2. Estructura de robots industriales. ....	26
2.2.1. Clasificación de robots manipuladores por su mecanismo. ....	27
2.2.2. Clasificación de robots manipuladores por grado de libertad y componentes relacionados.....	30
2.2.3. Clasificación por actuadores.....	36
2.2.4. Clasificación por área de trabajo. ....	37
2.2.5. Clasificación basada en la estructura regional. ....	42
2.2.6. Clasificación por características de movimiento. ....	44
2.2.7. Clasificación por aplicación. ....	45
2.3. Análisis cinemático.....	45
2.3.1. Convención de Denavit Hartenberg.....	46

2.3.2.	Configuración de los parámetros de Denavit-Hartenberg.....	47
2.4.	Matriz de rotación.....	48
2.5.	Matriz de transformación homogénea .....	49
2.5.1.	Cálculo de la transformación homogénea .....	50
2.6.	Función cinemática directa.....	51
2.6.1.	Solución de la función cinemática directa.....	52
2.7.	Problema de la cinemática inversa.....	52
2.7.1.	Solución de cinemática inversa .....	53
CAPÍTULO 3: Descripción del problema y análisis .....		54
3.1.	Introducción.....	54
3.2.	Descripción del brazo robótico. ....	54
3.3.	Cinemática inversa iterativa. ....	58
3.3.1	Obtención de los ángulos de articulación $\theta_1$ y $\theta_2$ .....	58
3.3.2	Obtención del ángulo de articulación $\theta_4$ .....	62
3.3.3	Obtención del ángulo de articulación $\theta_3$ .....	62
3.3.4	Obtención del ángulo de articulación $\theta_5$ .....	63
3.3.5	Obtención del ángulo de articulación $\theta_6$ .....	64
3.4.	Simulación y resultados experimentales. ....	66
3.5.	Resultados experimentales de simulación (SR).....	66
3.3.6	Resultados obtenidos de las rutas predefinidas. ....	66
3.3.6.1.	Resultado experimental de la primera ruta predefinida. ....	68
3.3.6.2.	Resultado experimental de la segunda ruta predefinida.....	70
3.3.6.3.	Resultado experimental de la tercera ruta predefinida. ....	73
3.3.7	Resultado experimental de rutas sin colisiones.....	75
CAPÍTULO 4: Conclusiones y Recomendaciones.....		81
4.1.	Conclusiones.....	81

4.2. Recomendaciones.....	81
Bibliografía.....	82

## Índice de Figuras

### Capítulo 2

Figura 2. 1: Tipos de articulaciones en robots manipuladores (a) prismática, (b) rotación.....	28
Figura 2. 2: Tipos de mecanismos para cadenas cinemáticas (a) abiertas, (b) cerradas, y (c) híbridas. ....	28
Figura 2. 3: Robot manipulador según su mecanismo (a) serie, (b) paralelo, y (c) híbridos.....	29
Figura 2. 4: Estructura del esqueleto del brazo humano.....	29
Figura 2. 5: Rotaciones de articulaciones del brazo robótico de 7 dof.....	30
Figura 2. 6: Tipo de articulación revoluta o rotacional de 1 dof (a) forma geométrica y (b) diferentes representaciones. ....	32
Figura 2. 7: Tipo de articulación prismática de 1 dof (a) forma geométrica y (b) diferentes representaciones.....	32
2. 8: Tipo de articulación helicoidal de 1 dof (a) forma geométrica y (b) representación. ....	33
2. 9: Tipo de articulación cilíndrica de 2 dof (a) forma geométrica y (b) representación. ....	33
2. 10: Tipo de articulación esférica de 3 dof (a) forma geométrica y (b) representación. ....	33
2. 11: Tipo de articulación planar de 3 dof (a) forma geométrica y (b) representación. ....	33
Figura 2. 12: Estructura de un robot cartesiano y su espacio de trabajo. ....	38
Figura 2. 13: Estructura de un robot cilíndrico y su espacio de trabajo.....	39
Figura 2. 14: Estructura de un robot esférico y espacio de trabajo. ....	40
Figura 2. 15: Estructura de un robot revoluta y su espacio de trabajo. ....	40
Figura 2. 16: Robot manipulador A1 revoluta ASEA IRb6 de 6 dof.....	41
Figura 2. 17: Robot manipulador A2 revoluta ABB IRb 1400 de 6 dof. ....	41
Figura 2. 18: Robot manipulador B1 revoluta Cincinnati Milacron T3 de 6 dof. ....	41
Figura 2. 19: Robot manipulador B2 revoluta STÄUBLI RX160L de 6 dof... ..	42
Figura 2. 20: Robot manipulador C revoluta PUMA 560 de 6 dof. ....	42

Figura 2. 21: Robot manipulador D revoluta de 6 dof. ....	42
Figura 2. 22: Mecanismo regional de robot manipuladores (a) cilíndrico PRP, (b) cartesiano PPP, (c) SCARA PRR, (d) esférico RRP y (e) revoluta RRR. ....	44
Figura 2. 23: Convención de Denavit-Hartenberg. ....	46
Figura 2. 24: Marco robótico del brazo. ....	47
Figura 2. 25: Rotación del marco O-xyz por un ángulo sobre el eje z. ....	49
Figura 2. 26: Representación de un punto P en diferentes marcos de coordenadas. ....	50

### Capítulo 3

Figura 3. 1: Configuración del brazo robótico de 6 dof y sus ángulos de rotación. ....	55
Figura 3. 2: Marcos coordinados globales y móviles del manipulador en posición inicial. ....	56
Figura 3. 3: Diagrama esquemático del brazo robótico de 6 grados de libertad (a) plano BCDE; y (b) forma vectorial. ....	59
Figura 3. 4: Encontrar las raíces de la ecuación no lineal de error. ....	61
Figura 3. 5: Primera ruta predefinida del brazo robótico de 6 gdl. ....	68
Figura 3. 6: Ángulos de la articulación de la primera trayectoria predefinida usando el método IIK y el método de Newton. ....	69
Figura 3. 7: Primer índice de esfuerzo conjunto predefinido para los métodos de Newton e IIK. ....	69
Figura 3. 8: Esfuerzo computacional para la primera ruta predefinida. ....	70
Figura 3. 9: Segunda ruta predefinida del brazo robótico 6 gdl. ....	71
Figura 3. 10: Ángulos de la articulación de la segunda trayectoria predefinida usando el método IIK y el método de Newton. ....	71
Figura 3. 11: Segundo índice de esfuerzo conjunto predefinido para los métodos IIK y Newton. ....	72
Figura 3. 12: Esfuerzo computacional para la segunda ruta predefinida. ....	72
Figura 3. 13: Tercera ruta predefinida del brazo robótico de 6 gdl. ....	73
Figura 3. 14: Ángulos de la articulación de la tercera trayectoria usando los métodos IIK y Newton. ....	73

Figura 3. 15: Tercer índice de esfuerzo conjunto predefinido para los métodos IK y Newton.....	74
Figura 3. 16: Esfuerzo computacional para la tercera ruta predefinida.....	74
Figura 3. 17: Operación de recoger y colocar objetos del brazo robótico sobre un obstáculo.....	76
Figura 3. 18: Operación de recoger y colocar objetos del brazo robótico a través de un obstáculo.....	76
Figura 3. 19: Operación de recoger y colocar objetos del brazo robótico con más de dos obstáculos. ....	77
Figura 3. 20: Operación de recoger y colocar objetos del brazo robótico a través de dos obstáculos. ....	77
Figura 3. 21: Operación de recoger y colocar objetos del brazo robótico a través de diferentes regiones.....	78
Figura 3. 22: Operación de recoger y colocar objetos del brazo robótico sobre un gran obstáculo. ....	78
Figura 3. 23: Operación de recoger y colocar objetos del brazo robótico desde la parte superior de la plataforma hasta la parte superior de la mesa. ....	79
Figura 3. 24: Operación de recoger y colocar objetos del brazo robótico desde la parte superior de un obstáculo a otro.....	79
Figura 3. 25: Operación de recoger y colocar objetos del brazo robótico desde la parte superior de la plataforma del robot hasta la parte superior de una mesa.....	80

## Índice de Tablas

### Capítulo 2

Tabla 2. 1: Diferentes tipos de articulaciones. ....	32
Tabla 2. 2: Configuraciones y espacio de trabajo. ....	38
Tabla 2. 3: Clasificación basada en la estructura regional. ....	43
Tabla 2. 4: Parámetros de Denavit-Hartenberg. ....	48

### Capítulo 3

Tabla 3. 1: Especificación de los límites de la articulación del brazo robótico. .....	56
Tabla 3. 2: Parámetros de Denavit-Hartenberg .....	57



## Resumen

El presente trabajo de titulación permitió desarrollar una herramienta de simulación a través del modelado de un robot manipulador o brazo robótico con 6 grados de libertad utilizando el software MatLab. La primera parte del documento consiste en la descripción general del trabajo de titulación, entre lo más importante la definición y justificación del problema, objetivo general y específicos, y la metodología de investigación que se utilizó en el presente proyecto. La segunda parte, se procedió a describir los fundamentos teóricos de la robótica, en especial de la parte industrial en lo que los brazos robóticos o robots manipuladores, también fueron analizados la parte cinemática directa e inversa a través del método IIK, también fue considerado los parámetros de DH. Finalmente, se desarrollaron las expresiones matemáticas que permiten modelar y simular el brazo robótico con 6 gdl utilizando MatLab. Los resultados obtenidos dependieron de la movilidad y trayectoria del manipulador considerando las articulaciones del mismo.

**Palabras claves:** ROBÓTICA, MANIPULADOR, GDL, MATLAB, CINEMÁTICA, MODELADO.

## **CAPÍTULO 1: Descripción del Trabajo de Titulación**

### **1.1. Introducción de instrumentación y simulación virtual.**

La industria de la robótica fue desarrollada originalmente para complementar o reemplazar a los humanos haciendo un trabajo aburrido, sucio o peligroso. Se usan en aplicaciones tales como: líneas de ensamblaje automatizadas, observación de zonas de radiación, cirugía mínimamente invasiva y exploración espacial. Los modernos brazos robóticos industriales sobrepasan a los humanos en muchas tareas. (Tai, El-Sayed, Shahriari, Biglarbegian, & Mahmud, 2016)

La estructura rígida del brazo robótico garantizaba la robustez y la rigidez requeridas para las actividades de alta carga útil; mientras que el espacio estructurado les permitió ser fácilmente controlados y altamente precisos. Sin embargo, estos robots tienen varias limitaciones: dificultad para manejar objetos frágiles, interacciones no intencionales potencialmente peligrosas entre humanos y robots, y la incapacidad para trabajar en entornos no estructurados

Los manipuladores robóticos se han convertido en una aplicación de sistema de control generalizado, y las sinergias se explotan ampliamente y se reconocen en la investigación. Los primeros investigadores se han centrado principalmente en desarrollar diferentes técnicas para calcular el torque y examinar la dinámica inversa de los robots. (Asif, Nasir, Shami, Rizvi, & Gulzar, 2017; Gulzar et al., 2015)

Según Kemp, Edsinger, & Torres-Jara, (2007) los robots manipuladores móviles es otra área de investigación muy importante para muchas aplicaciones robóticas. Además, para Tai et al., (2016) la capacidad de manipular objetos es una habilidad clave para los robots de servicio, ya que les permite desarrollar un mayor número de tareas. Para manipular objetos de manera eficiente es necesario un brazo robótico, compuesto por uniones, eslabones y un efector final o pinza. Además, el brazo robótico debe tener sensores que permitan conocer su posición y velocidad, así como también la fuerza que aplica al objeto agarrado.

## **1.2. Antecedentes de la investigación.**

En la etapa de investigación se encontraron trabajos relacionados a la robótica industrial y en específico de los robot manipuladores o conocidos como brazos robóticos. A continuación, se describen los trabajos relacionados con brazos robóticos o robots manipuladores:

1. Los investigadores Dejan, Lubura, & Stankovski, (2013) desarrollaron un nuevo controlador utilizando una FPGA para robot PUMA 560. En este documento se presenta la arquitectura del controlador para controlar la configuración básica del robot PUMA 560 (tres ejes). El controlador desarrollado (designado para la educación del alumno) tiene una parte de hardware basada en el chip FPGA Altera Cyclon II implementado en la placa de desarrollo DE2 y la parte de software MATLAB® con las correspondientes cajas de herramientas. Matlab con Robotics Toolbox instalado se utilizó para fines tales como la generación de trayectoria de movimiento, el cálculo de la cinemática inversa, la compensación de la gravedad y la simulación de los movimientos del robot manipulador. Las estructuras de control se diseñaron previamente en Matlab/DSP Builder utilizando FPGA Real Time Toolbox y fueron implementadas en un chip FPGA. Los resultados experimentales demostraron que el concepto propuesto del diseño del controlador cumplía con los requisitos

establecidos, como fácil simulación, programación y pruebas de rendimiento de los controladores.

2. Yousif & Fathelrahman, (2013) desarrollaron un controlador basado en el sistema de inferencia Neuro-Fuzzy en el manipulador PUMA de 6 DoF. En este trabajo se implementa el uso de la capacidad del sistema adaptativo de inferencia Neuro-Fuzzy (*Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System, ANFIS*) para aprender de los datos de entrenamiento. Luego realizan la creación de ANFIS con representación matemática limitada del sistema. El método propuesto, de las relaciones cinemáticas avanzadas del brazo robótico son utilizados para obtener los datos para el entrenamiento y las pruebas de ANFIS. La simulación a través MatLab y la implementación de microcontroladores son utilizados para mostrar la efectividad del enfoque. También los resultados prácticos que se llevaron a cabo en el brazo robótico PUMA 560 de 6 DoF lograron mostrar la efectividad del enfoque y probaron que este método tiene un buen rendimiento.

### **1.3. Definición del problema.**

La carrera de Electrónica en Control y Automatismo no dispone de trabajos de investigación ni titulación relacionado con el modelado y simulación de robots manipuladores con diferentes grados de libertad (gdl). De acuerdo con esta problemática, surge la necesidad de implementar el modelado y simulación de un brazo robótico o robot manipulador de 6 grados de libertad sobre la plataforma MatLab.

### **1.4. Justificación del problema.**

El desarrollo de un modelado y simulación de un robot manipulador de 6 gdl utilizando la plataforma MatLab contribuiría a que se presenten más trabajos relacionados al control de brazos robóticos, por ejemplo, el robot

manipulador PUMA 560 y que se evidencian de trabajos publicados en revistas científicas donde es utilizado este tipo de robot manipulador.

## **1.5. Objetivos**

### **1.5.1. Objetivo General.**

Realizar el modelado y simulación de un brazo robótico de 6 gdl para aplicaciones industriales utilizando MatLab.

### **1.5.2. Objetivos Específicos.**

- Describir la fundamentación teórica de la robótica industrial de los manipuladores y su análisis cinemático directo e inverso.
- Desarrollar las expresiones matemáticas de los métodos de Newton y cinemática inversa interactiva para el modelado del robot manipulador de 6 gdl.
- Analizar los resultados obtenidos para las diferentes rutas del robot manipulador de 6 gdl.

## **1.6. Hipótesis.**

A través del modelado y simulación de un brazo robótico de 6 gdl para aplicaciones industriales utilizando MatLab se contará con una herramienta para el despliegue de futuros trabajos de titulación o de investigación relacionados con el control, tal vez PID o Fuzzy de manipuladores de N grados de libertad.

### **1.7. Metodología de investigación.**

La metodología de investigación que se utiliza en el presente trabajo de titulación es del tipo empírico-analítico con enfoque cuantitativo. Se pretende evidenciar las expresiones matemáticas a través del análisis de los métodos de cinemática inversa interactiva y de Newton considerando los parámetros de Denavit – Hatenberg (DH). El método empleado es el de modelo de simulación utilizando MatLab.

## CAPÍTULO 2: Fundamentación Teórica

### 2.1. Evolución histórica de los robots manipuladores.

El concepto del robot fue evidentemente reconocido por el dramaturgo checo Karel Capek durante el siglo XX en su obra "Robots Universales de Rossum" (*Rossum's Universal Robots, R.U.R.*). El término <<robot>> se deriva de <<robota>>, que significa trabajo subordinado en idiomas de esclavos. Para el año 1940, la ética de la interacción entre robots y humanos fue concebido para ser gobernada por las tres leyes fundamentales conocidas de Isaac Asimov, el escritor ruso de ciencia ficción en su novela "Run-around".

A mediados del siglo XX, se realizaron las primeras exploraciones de la conexión entre la inteligencia humana y las máquinas, lo que marcó el comienzo de una era de investigación fértil en el campo de la inteligencia artificial (*Artificial Intelligent, AI*). Alrededor de ese tiempo, se realizaron los primeros robots y que se beneficiaron de los avances en las diferentes tecnologías de la mecánica, controles, computadoras y equipos electrónicos.

Como siempre, los nuevos diseños motivan nuevas investigaciones y descubrimientos que, a su vez, conducen a soluciones mejoradas y, por lo tanto, a conceptos novedosos. Este círculo virtuoso con el tiempo produjo que el conocimiento y comprensión que dio origen al campo de la robótica, propiamente referida como la ciencia y la tecnología de los robots.

Los primeros robots construidos en la década de 1960 se originaron en la confluencia de dos tecnologías: máquinas de control numérico para una fabricación precisa y teleoperadores para el manejo remoto de materiales radiactivos. Estos brazos maestro - esclavo fueron diseñados para duplicar uno-a-uno la mecánica del brazo humano y tenían un control rudimentario y de poca percepción sobre el medio ambiente.

Luego, durante la segunda mitad del siglo XX, el desarrollo de los circuitos integrados, computadoras digitales y componentes miniaturizados

permitieron diseñar y programar robots controlados por computadora. Estos robots, denominados robots industriales, se convirtieron en componentes esenciales en la automatización de los sistemas de fabricación flexibles a finales de los años setenta. Además de su amplia aplicación en la industria del automóvil, los robots industriales se emplearon con éxito en la industria general, como los productos metálicos, la química, la electrónica y la industria alimentaria. Más recientemente, los robots han encontrado nuevas aplicaciones fuera de las fábricas, en áreas como limpieza, búsqueda y rescate, bajo el agua, espacio y aplicaciones médicas.

En la década de 1980, la robótica se definió como la ciencia que estudia la conexión inteligente entre la percepción y la acción. Con referencia a esta definición, la acción de un sistema robótico se confía a un aparato de locomoción para moverse en el entorno (ruedas, orugas, patas, hélices) y/o un aparato de manipulación para operar objetos presentes en el entorno (brazos, efectores finales, manos artificiales), donde actuadores adecuados animan los componentes mecánicos del robot. La percepción se extrae de los sensores que proporcionan información sobre el estado del robot (posición y velocidad) y su entorno (fuerza y tacto, alcance y visión). La conexión inteligente se confía a una programación; arquitectura de planificación y control que se basa en la percepción y los modelos disponibles del robot y el entorno, y explota el aprendizaje y la adquisición de habilidades.

En la década de 1990, la investigación se vio impulsada por la necesidad de recurrir a robots para abordar la seguridad humana en entornos peligrosos (robótica de campo), o mejorar la capacidad del operador humano y reducir su fatiga (aumento humano) o el deseo de desarrollar productos con amplios mercados potenciales destinados a mejorar la calidad de vida (robótica de servicios). Un denominador común de tales escenarios de aplicación fue la necesidad de operar en un entorno escasamente estructurado que finalmente requiere mayores habilidades y un mayor grado de autonomía.

En los albores del nuevo milenio, la robótica ha experimentado una gran transformación en alcance y dimensiones. Esta expansión ha sido provocada



por la madurez del campo y los avances en sus tecnologías relacionadas. Desde un enfoque industrial predominantemente dominante, la robótica se ha expandido rápidamente en los desafíos del mundo humano (robótica humana y dinámica).

Se espera que la nueva generación de robots conviva de manera segura y confiable con humanos en hogares, lugares de trabajo y comunidades, brindando apoyo en servicios, entretenimiento, educación, atención médica, fabricación y asistencia. Más allá de su impacto en los robots físicos, el cuerpo de conocimiento que la robótica ha producido revela una gama mucho más amplia de aplicaciones que abarcan diversas áreas de investigación y disciplinas científicas, como biomecánica, neurociencia y simulación virtual, animación, cirugía y sensor redes entre otros. A cambio, los desafíos de las nuevas áreas emergentes están demostrando ser una fuente abundante de estimulación e ideas para el campo de la robótica.

De hecho, en la intersección de las disciplinas ocurren los avances más sorprendentes. La implementación práctica de robots industriales se inició por primera vez durante la década de 1960, junto con los sistemas numéricos controlados y CAD/CAM. Ahora, un día, estos manipuladores alcanzaron las etapas de madurez. Algunos de los desarrollos más importantes en robots industriales se mencionan con esto: (Jha & Biswal, 2014)

1947: lanzamiento del primer teleoperador eléctrico controlado por servo

1948: introducción de retroalimentación de fuerza en teleoperadores

1954: primer diseño programable de George Devol

1956: fundación de la compañía Unimation por Josh Engelberger

1961: General Motors implementa el robot Unimate en Nueva Jersey

1963: primer sistema de visión desarrollado para robots

1973: la Universidad de Stanford desarrolló un brazo robótico

1974: el primer manipulador controlado por computadora introdujo el MilacronT3

1978: Desarrollo del robot PUMA de 6 ejes

1979: primera línea de ensamblaje del robot SCARA diseñado por japoneses

1981: la Universidad de Mellon desarrolló el primer manipulador de accionamiento directo

1989: robot de juego de ajedrez de alta tecnología

1996: concepto del robot humanoide P2 de Honda

1997: robot de exploración espacial de Marte Sojourner Rover

2001: Canadarm2 fue implementado en ISS

2002: introducción del robot humanoide ASIMO

2004: la Universidad de Cornell expuso una habilidad del robot de autorreplicación

2005: desarrollo de operador inalámbrico y robot HUBO controlado por computadora por KIST

2006: Robot Starfish de 4 patas desarrollado por la Universidad de Cornell

2007: compañía japonesa introdujo el robot de entretenimiento TOMY

2013: implementación del robot Kuka

Hoy en día, se están formando nuevas comunidades de usuarios y desarrolladores, con conexiones crecientes al núcleo de la investigación en robótica. Un objetivo estratégico para la comunidad de robótica es el alcance y la cooperación científica con estas comunidades. Los desarrollos futuros y el crecimiento esperado del campo dependerán en gran medida de las capacidades de la comunidad investigadora para lograr este objetivo.

## **2.2. Estructura de robots industriales.**

Esta sección está dedicada a la clasificación de robots industriales, con atención a las estructuras seriales. Los criterios básicos para la clasificación se han abordado por etapas, y también se ha propuesto la cuestión de las matemáticas detrás del mecanismo. El objetivo principal está restringido a los robots que se prevén principalmente para tareas de manipulación y cadenas cinemáticas en serie.

Los robots generalmente pueden clasificarse según su número de grados de libertad (degree of freedom, dof) o ejes y sus características cinemáticas. Las habilidades de trabajo del robot manipulador se pueden

evaluar a partir de su grado de libertad. El robot manipulador común de 6 dof solo puede lograr una tarea general en un espacio tridimensional que contenga una posición y orientación arbitrarias para cualquier objeto. Para una aplicación específica, se necesita diseñar un robot manipulador de acuerdo con las características cinemáticas. Sin embargo, existen numerosos criterios para la clasificación de los robots manipuladores, pero normalmente se puede seleccionar los dof o número de ejes.

Por otro lado, el Instituto de Robótica de América (*Robotics Institute of America, RIA*), la Asociación Francesa de Robótica (*Association Francaise de Robotique, AFR*) y la Asociación Japonesa de Robots Industriales se clasifican ampliamente en 6 diversos módulos que son los siguientes:

1. dispositivo de manipulación manual,
2. robot de secuencia fija,
3. robot de secuencia variable,
4. robot de fabricación
5. robot de control numérico, y
6. robot inteligente.

Además de estos módulos de robot manipulador industrial mencionados anteriormente, también se pueden clasificar según su mecanismo, dof, actuación, área de trabajo, control, movimiento y aplicación.

### **2.2.1. Clasificación de robots manipuladores por su mecanismo.**

Típicamente, un robot manipulador puede ser uno de serie que tiene un bucle abierto o uno paralelo que tiene una estructura de bucle cerrado. Mientras que Asada, (2018) indica que en los robots manipuladores industriales, el tipo de unión o articulación puede ser prismático (P) o de rotación (R) tal como se muestra en la figura 2.1 (a) y 2.1 (b). Mientras que el tipo de enlace puede ser rígido o flexible. Además, puede haber una estructura híbrida que consta de cadenas mecánicas de circuito abierto y cerrado, tal como se muestran en las figuras 2.2 (a) y 2.2 (b).

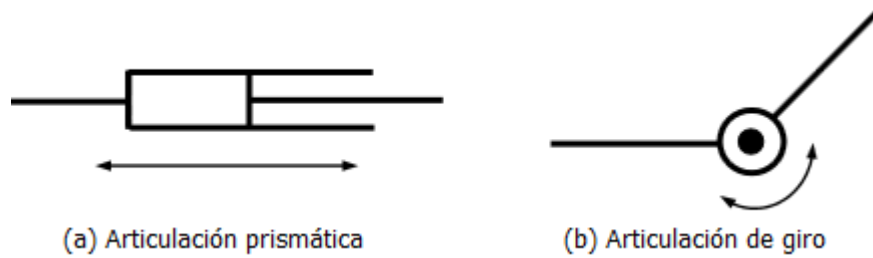


Figura 2. 1: Tipos de articulaciones en robots manipuladores (a) prismática, (b) rotación.

Fuente: (Asada, 2018)

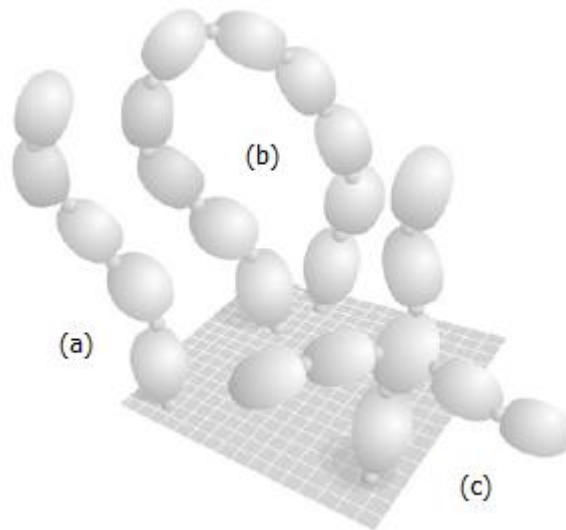


Figura 2. 2: Tipos de mecanismos para cadenas cinemáticas (a) abiertas, (b) cerradas, y (c) híbridas.

Fuente: (Lenarčič, Bajd, & Stanišić, 2013)

El robot manipulador serial se puede clasificar en función de que la primera articulación o unión, siempre que inicie desde la base fija y el extremo del enlace se moverá libremente en el espacio, tal como se muestra en la figura 2.3 (a). Hay muchas combinaciones de estas articulaciones y enlaces que crean diferentes configuraciones de un robot manipulador, simplemente debido a las articulaciones R y P, los ejes de dos adyacentes pueden ser paralelos u ortogonales. Las articulaciones ortogonales se intersectan  $90^\circ$  con respecto a su normal común y pueden ser paralelas cuando un eje gira  $90^\circ$ , tal como se muestra en la figura 2.3(b).

Ejemplos de manipuladores en serie son PUMA, SCARA, KUKA, DENSO, etc., plataforma Gough, Robot Delta, Robot paralelo plano 3RPR, etc., son manipuladores paralelos y Fanuc S-9000W es un ejemplo de

manipulador híbrido tal como se muestra en la figura 2.3 (c). Finalmente, tanto la figura 2.1 como la figura 2.3 muestran ejemplos adicionales de mecanismos que resultan de cadenas cinemáticas abiertas/cerradas, abiertas e híbridas.

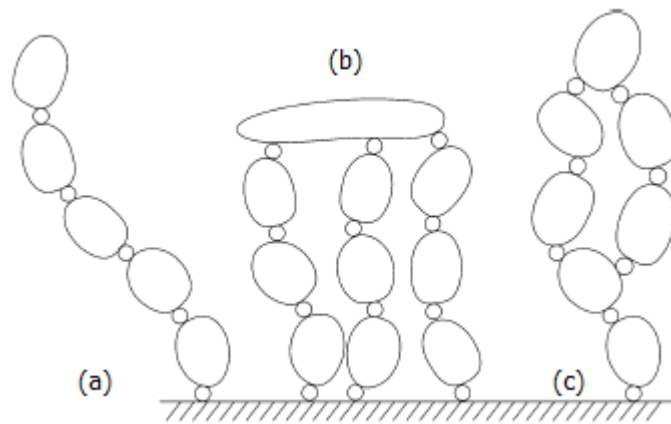


Figura 2. 3: Robot manipulador según su mecanismo (a) serie, (b) paralelo, y (c) híbridos.

Fuente: (Lenarčič et al., 2013)

La robótica y los organismos vivos tienen similitudes con respecto al mecanismo en serie/paralelo o híbrido. El ejemplo más común y más conocido es la mano humana que se asemeja a un manipulador en serie, paralelo e híbrido, tal como se muestra en la figura 2.4.

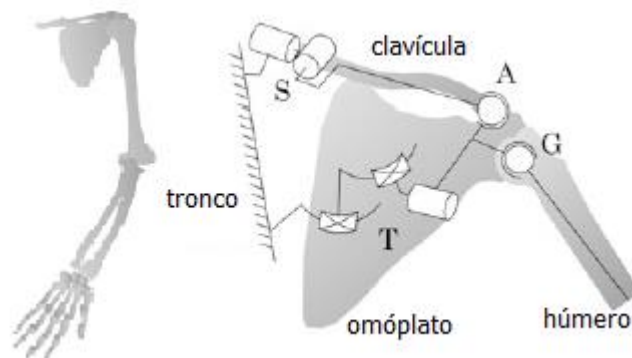


Figura 2. 4: Estructura del esqueleto del brazo humano.

Fuente: (Lenarčič et al., 2013)

La estructura del brazo humano consiste en diferentes números de huesos (véase la figura 2.4) que crea el manipulador serial/híbrido o la cadena cinemática. El hombro humano está unido al vástago que tiene una articulación esférica. La articulación de la clavícula está conectada al tronco representado como S en la figura 2.4 y también con la escápula u omóplato a través de la articulación acromioclavicular (A). La articulación escapular se

conecta más tarde con la articulación glenohumeral (G) en la parte superior del brazo.

La figura 2.4 representa la estructura de un brazo robótico manipulador que tiene 11 grados de libertad. La parte superior del brazo con hueso humeral se puede suponer como un mecanismo en serie y la articulación del codo con un hueso humeral que conecta el cúbito se puede considerar como un robot manipulador paralelo. La mayoría de los robots manipuladores o manipuladores industriales comunes se basan en el mecanismo del brazo humano discutido anteriormente. Según la figura 2.5, se muestra una vista elaborada del brazo humano con un manipulador de 7 dof que incluye el hombro, el codo y la muñeca.

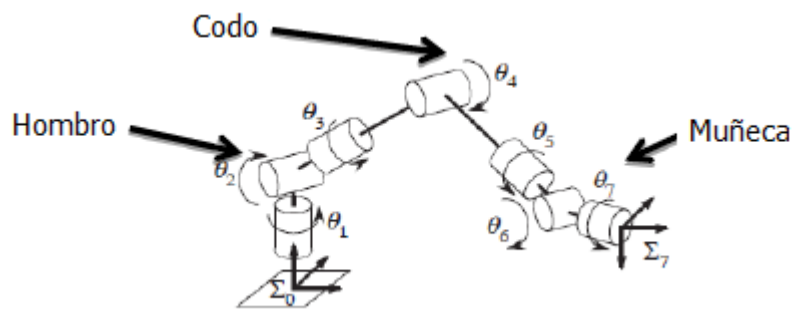


Figura 2. 5: Rotaciones de articulaciones del brazo robótico de 7 dof

Fuente: (Lenarčič et al., 2013)

### 2.2.2. Clasificación de robots manipuladores por grado de libertad y componentes relacionados.

El movimiento específico de los enlaces relacionados con cualquier mecanismo o máquina se puede definir como el grado de libertad. Para ejecutar tareas específicas, el grado de libertad siempre tendrá el papel principal. El número total de dof siempre será igual al número de desplazamientos independientemente de los enlaces. Como sabemos, el manipulador de robot de 6 dof es la base para ejecutar la tarea específica en un espacio tridimensional.

Por otro lado, la definición matemática de grados de libertad será un número mínimo de parámetros conjuntos independientes de cualquier mecanismo que describa exclusivamente la posición espacial y la orientación

del sistema/cuerpo. Por otro lado, el número de dof en cualquier mecanismo se puede obtener sumando los dof disponibles de enlaces móviles que serían entonces  $\lambda N$ . Esto no es el número de dof, si no hay articulaciones y de esto podemos restar la restricción  $C_i$ . Por lo cual, se puede expresar así:

$$dof = \lambda N - \sum_{i=1}^n C_i$$

Cuando, una restricción  $C_i = \lambda - f_i$  que es la diferencia entre el potencial dof ( $\lambda$ ) y el número de dof permitido por la articulación ( $f$ ). Supongamos que hay  $f$  variables conjuntas independientes asociadas con una articulación. Propondríamos que la articulación permita  $f$  grados de libertad:

$$dof = \lambda(N - J - 1) + \sum_{i=1}^J F_i$$

Esto se conoce como la fórmula de Grübler para los grados de libertad. Donde  $N$  es una cantidad de enlaces, incluido el enlace fijo o base,  $J$  es el número de articulaciones, y  $F_i$  es los dof en el  $i^{th}$  de la articulación.

$$\lambda = \begin{cases} 6 & \text{para manipuladores espaciales y mecanismos} \\ 3 & \text{para manipuladores planos y mecanismos} \end{cases}$$

Un cuerpo rígido que se mueve libremente en el espacio tridimensional contiene 6 dof y su posición en el espacio se puede separar con tres coordenadas posicionales y tres orientaciones, es decir, los parámetros  $\lambda = 6$  que se dan en la ecuación anterior. Pero en caso de que si  $\lambda = 3$  dof, entonces habrá dos coordenadas posicionales y una orientación estará allí para explicar. En este contexto, podemos explicar que el número de dof en el caso de la articulación rotacional, por ejemplo, en esta articulación sabemos que  $f = 1$ , y  $\lambda = 6$  por lo tanto:  $c = 6 - 1 = 5$ , lo que significa que la articulación rotacional se reduce a 5 dof del movimiento relativo entre dos enlaces.

El número de los dof permitidos por una articulación y su característica puede ser determinada por las restricciones de diseño impuestas en el cuerpo o enlace. Existen diferentes tipos de articulaciones que se muestran en la tabla 2.1.

Tabla 2. 1: Diferentes tipos de articulaciones.

Articulación	Símbolo	Grados de libertad (dof)	representación
Rotacional	R	1	ver figura 2.6
Prismático	P	1	ver figura 2.7
Helicoidal	H	1	ver figura 2.8
Cilíndrico	C	2	ver figura 2.9
Articulación de Hooke	T	2	
Esférico	S	3	ver figura 2.10
Planar	E	3	ver figura 2.11

Fuente: (Saha, 2011)

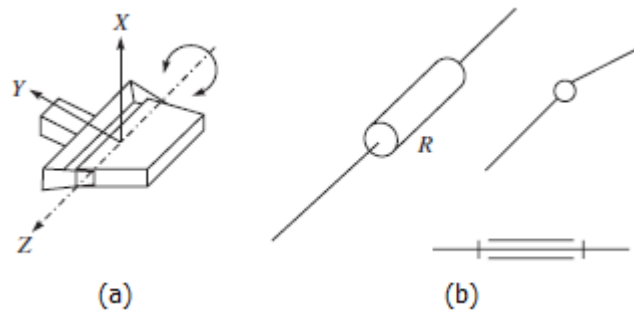


Figura 2. 6: Tipo de articulación revoluta o rotacional de 1 dof (a) forma geométrica y (b) diferentes representaciones.

Fuente: (Saha, 2011)

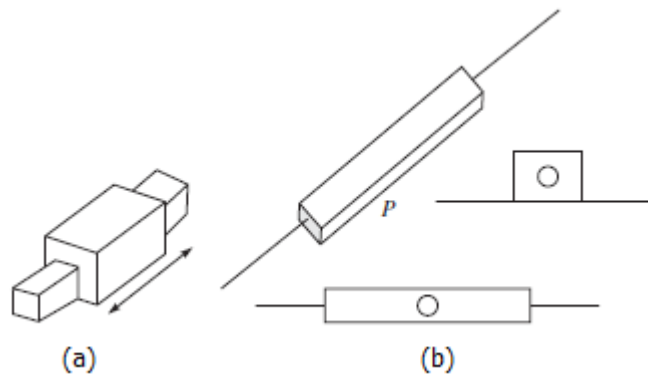
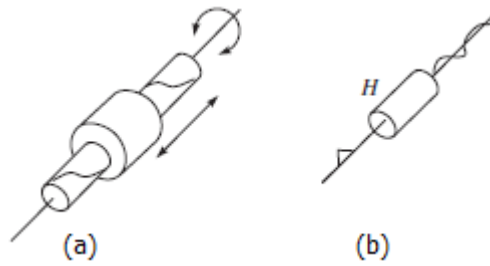


Figura 2. 7: Tipo de articulación prismática de 1 dof (a) forma geométrica y (b) diferentes representaciones.

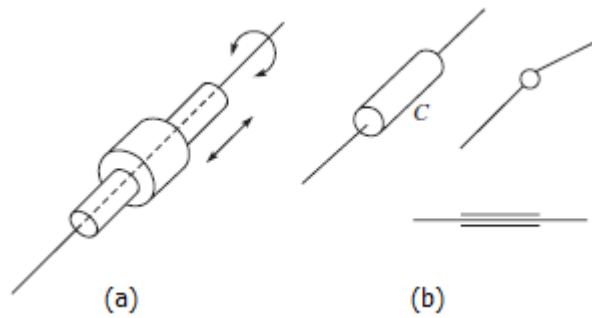
Fuente: (Saha, 2011)





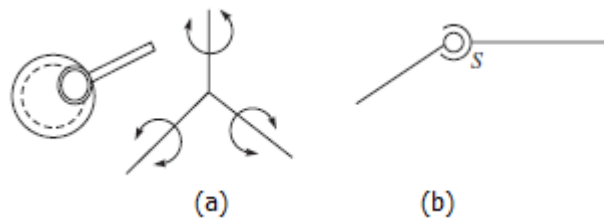
2. 8: Tipo de articulación helicoidal de 1 dof (a) forma geométrica y (b) representación.

Fuente: (Saha, 2011)



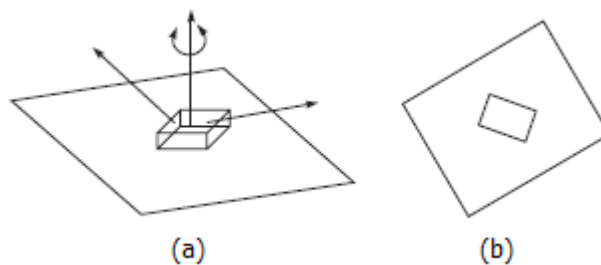
2. 9: Tipo de articulación cilíndrica de 2 dof (a) forma geométrica y (b) representación.

Fuente: (Saha, 2011)



2. 10: Tipo de articulación esférica de 3 dof (a) forma geométrica y (b) representación.

Fuente: (Saha, 2011)



2. 11: Tipo de articulación planar de 3 dof (a) forma geométrica y (b) representación.

Fuente: (Saha, 2011)

Entre estos diferentes tipos de articulaciones, las dos articulaciones comunes permiten  $f = 1$  dof y  $c = 5$  restricciones en el movimiento espacial u otras  $c = 2$  restricciones para el movimiento plano. De la tabla 2.1, se proporcionan notaciones básicas para las uniones, por ejemplo, las articulaciones revolutas y prismáticas se pueden denotar como R y P.

Estas articulaciones pueden describirse por un vector unitario, que define su eje de rotación o traslación. Por ejemplo, las articulaciones revolucionarias y prismáticas que tienen 1 dof, mientras que las articulaciones cilíndricas y Hooke contienen 2 dof. La diversidad de las articulaciones en muchos mecanismos es mayor, pero estas articulaciones se utilizan comúnmente en el campo de la robótica.

Para el caso de cilíndrico y helicoidal, la traslación de la junta tiene lugar en la dirección  $d$  y la rotación es aproximadamente el eje coincidente con un ángulo  $\theta$ . Donde la traslación conjunta y las rotaciones  $\theta$  y  $d$  son parámetros independientes. Por lo tanto,  $c$  deberá ser 4 y  $f = 2$ . En consecuencia, la independencia de la unión del helicoidal se puede explicar con la relación entre  $\Delta d = \gamma \Delta \theta$ , donde  $\Delta \theta$  es la variación de la junta y el paso del tornillo. Aunque la unión por tornillo tiene dos parámetros de junta independientes y una junta, ya sea  $\theta$  o  $d$ , en este caso  $f$  será 1 y  $c = 5$ .

De manera similar, otras articulaciones pueden elaborarse según el grado de libertad y las restricciones impuestas. Por lo tanto, sobre la base de los dof los robots se pueden clasificar de la siguiente manera:

#### **a) Manipuladores en general.**

Los robots manipuladores en general normalmente pueden tener hasta 6 dof debido a la gran aplicación en varios campos. Hay muchos robots que poseen 6 dof, por ejemplo, Fanuc S-900W, donde los últimos tres ejes de unión se cruzan en el centro de la muñeca. La solución cinemática para esta clase de manipuladores se puede resolver por separado teniendo en cuenta los primeros tres enlaces, y luego los últimos tres enlaces se pueden resolver

de forma independiente. Por lo tanto, una solución de cinemática inversa será mucho más fácil que la otra clase de manipuladores.

### **b) Manipuladores redundantes e hiper-redundantes.**

La redundancia cinemática de cualquier mecanismo surge cuando tiene más de los necesarios rigurosamente hablando para realizar una tarea deseada. La mayor parte de la aplicación industrial se puede ejecutar mediante 6 dof, pero si se trata de un robot manipulador de 7 dof, se puede considerar como el ejemplo distintivo de redundancia inherente. No siempre es necesario que el robot con más dof sea redundante, pero a veces ocurre por menos dof para tareas específicas, como el posicionamiento simple de la herramienta manipuladora sin tener restricciones para la orientación. Los manipuladores hiper-redundantes para cualquier mecanismo ocurren cuando tiene una mayor cantidad de articulaciones. Es decir, que sus configuraciones conjuntas se excedieron a su espacio de tareas de dof.

Por lo tanto, los manipuladores espaciales de 7 dof u 8 dof generalmente no se consideran como manipuladores hiper-redundantes. Un ejemplo típico de hiper-redundancia es el robot serpiente. De hecho, los manipuladores redundantes se utilizan principalmente debido a su mayor destreza; puede tolerar singularidades, límites de variables conjuntas y evitan obstáculos, pero también para poder minimizar el par/energía para una tarea dada.

### **c) Manipuladores flexibles.**

La hipótesis estándar que relaciona la cinemática de los robots, el diseño del manipulador y la dinámica es que el manipulador de robots generalmente se compone de enlaces rígidos y componentes de transmisión. Sin embargo, se puede suponer como una condición estándar para la aplicación general que puede ser efectiva para menos cargas útiles o menos fuerzas de interacción y movimientos lentos.

En términos prácticos, el robot manipulador flexible puede ser útil debido a la reducción del peso de los enlaces móviles y al diseño delgado de los enlaces, así como al uso de elementos de transmisión compatibles. Este

concepto de flexibilidad que tiene habitualmente mayor aplicación en el área de la robótica espacial, debido a que los enlaces del robot manipulador son muy largos lo que va requerir mayor resolución de tiempo con respecto a deformaciones elásticas y también un peso inferior de enlace con relación de carga útil junto con la eficiencia energética mejorada. Por otro lado, en el caso de aplicaciones médicas como cirugía o aplicaciones de riesgo nuclear, los robots manipuladores teleoperados representan un concepto similar al del robot manipulador espacial.

Por lo tanto, se puede entender que en el caso de un robot flexible que tiene menos entradas de control en comparación con el número de dof, lo que explica los parámetros de control de diseño para el manipulador flexible siendo más difícil que el manipulador de enlace rígido. Además, la ejecución de un sistema completo definitivamente requerirá más cantidad de sensores. Entre estas limitaciones, el manipulador de robot flexible es improbable que se use en diversas aplicaciones industriales debido a los beneficios del desacoplamiento inercial del actuador de articulación y el enlace, reducido en el consumo de energía cinética y colisiones no deseadas ofrecidas por obstáculos, así como por humanos.

#### **d) Manipuladores deficientes.**

Un robot se llama robot deficiente si posee menos de seis grados de libertad y no puede posicionarse ni orientarse libremente en el espacio, el manipulador Adept-one SCARA es un ejemplo de robot deficiente.

#### **2.2.3. Clasificación por actuadores.**

Los actuadores básicamente transmiten energía como un movimiento para conducir enlaces rígidos o flexibles unidos a cualquier mecanismo o manipulador. Los actuadores se pueden categorizar principalmente como eléctricos, neumáticos e hidráulicos. Hay otros tipos de actuadores que se pueden considerar como aleaciones con memoria de forma (*Shape Memory Alloys, SMA*), piezoeléctricas, magnetoestricción y poliméricas.

Entre todos los actuadores considerados, los actuadores básicos y más preferidos son eléctricos que funcionan con motores de corriente alterna (CA) o corriente continua (CC) debido a sus operaciones más limpias, precisas y silenciosas en comparación con otros actuadores. Los accionamientos eléctricos son más eficientes y precisos a alta velocidad debido a la caja de cambios utilizada y también en el caso del motor paso a paso es posible un movimiento preciso y un alto par de torsión.

Sin embargo, para motores de alta velocidad y gran capacidad de carga, los motores eléctricos no son compatibles con los actuadores hidráulicos o neumáticos. Los accionamientos hidráulicos son razonables debido a su alta velocidad y par eficiente o proporción de potencia. Por lo tanto, los manipuladores centrados en actuadores hidráulicos se utilizan principalmente para levantar cargas pesadas. Los principales inconvenientes de los actuadores hidráulicos son ruidos, fugas de fluido y bombas pesadas. Además del manipulador accionado hidráulicamente, los actuadores neumáticos son similares, pero no tienen movimiento preciso y tienen dificultad en el control del efector final.

#### **2.2.4. Clasificación por área de trabajo.**

En general, el espacio de trabajo de cualquier robot manipulador se puede definir como el volumen total cubierto por el efector final a medida que el manipulador finaliza los movimientos máximos posibles. El espacio de trabajo puede determinarse por los límites de las variables conjuntas y la geometría del manipulador. Básicamente hay dos tipos de espacios de trabajo accesibles y diestros; el espacio de trabajo accesible se puede entender por el punto de locus total de trazado por el efector final y el subconjunto de este punto del efector final trazado, mientras que la orientación arbitraria se conoce como espacio de trabajo diestro.

Pero el espacio de trabajo prácticamente diestro es adecuado solo para geometrías idealizadas y, en general, no aplica para robots manipuladores industriales. Las configuraciones mencionadas anteriormente y sus espacios de trabajo correspondientes se especifican en la tabla 2.2.

Tabla 2. 2: Configuraciones y espacio de trabajo.

Tipos de robot	Tipo de articulación	Estructura y forma del espacio de trabajo
Cartesiano	P – P – P	ver figura 2.12
Cilíndrico	R – P – P	ver figura 2.13
Esférico	R – R – P	ver figura 2.14
Rotacional o revoluta	R – R – R	ver figura 2.15

Fuente: (Saha, 2011)

### a) Robot cartesiano.

Los robots cartesianos también se conocen como robots de pórtico, que tienen tres disposiciones ortogonales de juntas prismáticas como se muestra en la tabla 2.2. La posición del punto central de la muñeca del robot cartesiano se puede determinar de manera apropiada mediante la coordinación asociada con las tres juntas prismáticas, tal como se muestra en la figura 2.12.

El espacio de trabajo del manipulador cartesiano será rectangular o en forma de cubo, por lo que el trabajo realizado siempre estará dentro del espacio de movimiento conjunto. La configuración del robot será P – P – P dispuesta linealmente en tres ejes mutuos, y el movimiento será en dirección X, Y y Z.

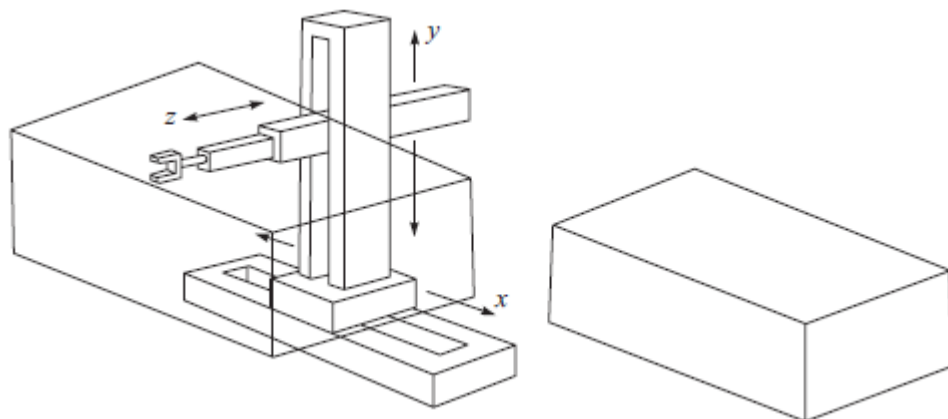


Figura 2. 12: Estructura de un robot cartesiano y su espacio de trabajo.

Fuente: (Saha, 2011)

### b) Robot cilíndrico.

El robot cilíndrico tendrá al menos una articulación revoluta junto con dos juntas prismáticas (R – P – P) que crean completamente las coordenadas cilíndricas del efector final. El espacio de trabajo de esta configuración está limitado por dos estructuras concéntricas de cilindro de longitud finita, tal como se muestra en la figura 2.13. Este robot consta de una articulación de rotación en la base y otras dos articulaciones que tienen movimiento lineal a lo largo de las direcciones Z e Y. La primera junta de rotación a lo largo de la dirección Z brinda la ventaja de mover de manera rápida y eficiente la operación de recogida y colocación en el ensamblaje.

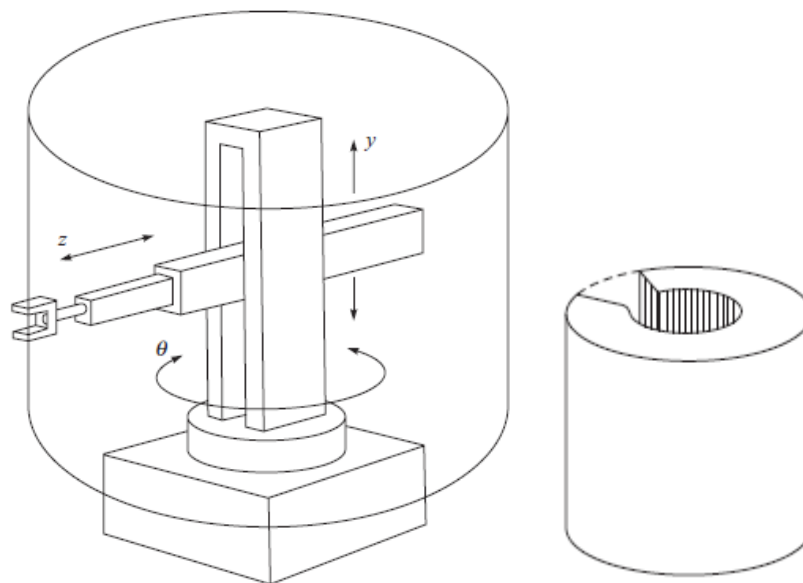


Figura 2. 13: Estructura de un robot cilíndrico y su espacio de trabajo.  
Fuente: (Saha, 2011)

### c) Robot esférico

Los robots esféricos que tienen las dos primeras articulaciones giratorias con los ejes de intersección y la última unión serán articulaciones lineales o prismáticas (R – R – P) que se asemejan a las coordenadas esféricas de las tres articulaciones. El espacio de trabajo de este robot está limitado por dos esferas concéntricas, tal como se muestra en la figura 2.14. El primer enlace gira a lo largo de la dirección Z con la base y la segunda articulación gira en dirección Y, mientras que la última articulación se mueve hacia la izquierda y hacia la derecha.

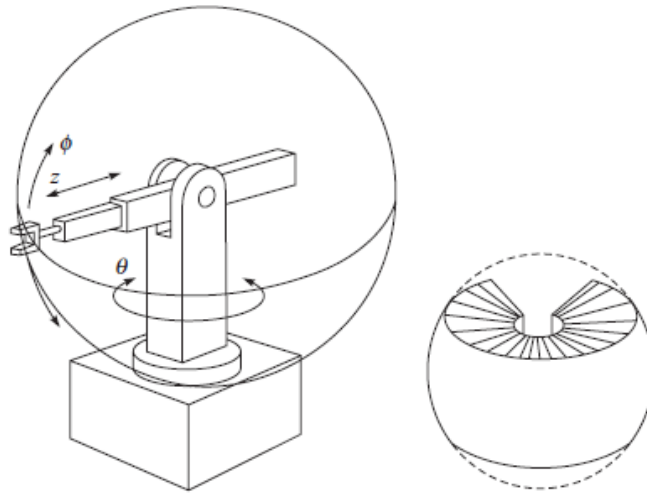


Figura 2. 14: Estructura de un robot esférico y espacio de trabajo.  
Fuente: (Saha, 2011)

#### d) Manipulador articulado / revoluto

Se dice que un robot manipulador que tiene tres articulaciones giratorias (R – R – R) es un robot manipulador articulado o antropomórfico. El antropomórfico se asemeja al diseño de la mano humana que incluye las articulaciones del hombro, la cintura y el codo. El espacio de trabajo de este tipo de robot es bastante complejo, principalmente en sección transversal en forma de media luna. Esto puede barrer el volumen en el espacio delimitado por la superficie esférica exterior y las escamas de la superficie interna consistentes en las juntas de restricción.

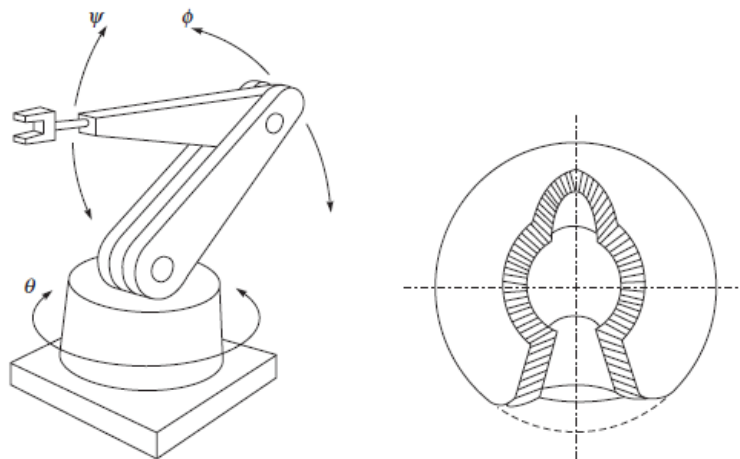


Figura 2. 15: Estructura de un robot revoluto y su espacio de trabajo.  
Fuente: (Saha, 2011)

Los ejemplos muy bien conocidos de esta categoría son PUMA, KUKA, DENSO, IRB 6, etc., tal como se muestra en la figura 2.15. Este tipo de robot



manipulador generalmente tiene 6 dof que consiste en la primera articulación de tres revoluciones en los ejes X, Y y Z, y las tres últimas uniones serán de cabeceo, guiñada y balanceo. Muchos robots manipuladores en serie están diseñados en una estructura regional y de orientación para que pueda superar la complejidad del análisis cinemático. Las variables conjuntas en la estructura regional ayudarán a un mayor desplazamiento o posicionamiento del efector final, pero en el caso de la articulación prismática no es compatible con la orientación del efector final.

Ahora los robots manipuladores revoluta también se pueden clasificar como tipo A1, A2, B1, B2, C y D. A continuación, se especifica la clasificación de los robots manipuladores de tipo revoluta a través de las figuras 2.16 a 2.21.

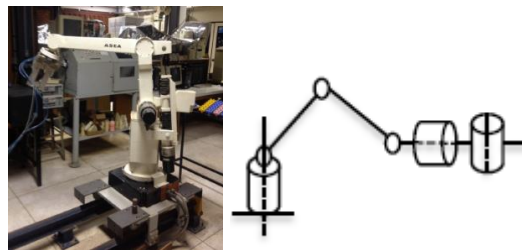


Figura 2. 16: Robot manipulador A1 revoluta ASEA IRb6 de 6 dof.  
Fuente: (Toquica A. & Álvares, 2016)

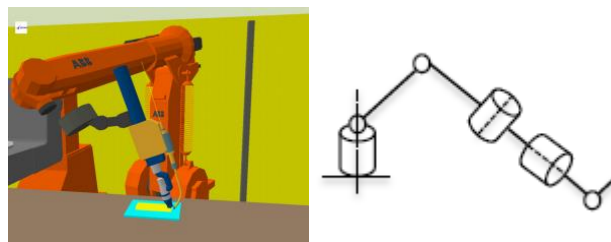


Figura 2. 17: Robot manipulador A2 revoluta ABB IRb 1400 de 6 dof.  
Fuente: (Ericsson, Nylén, Danielsson, & Johansson, 2005)

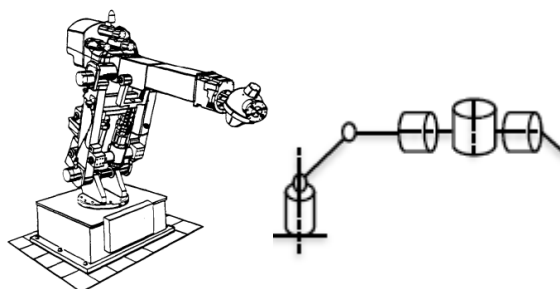


Figura 2. 18: Robot manipulador B1 revoluta Cincinnati Milacron T3 de 6 dof.  
Fuente: (Behi & Tesar, 1991; Crane & Duffy, 2008)

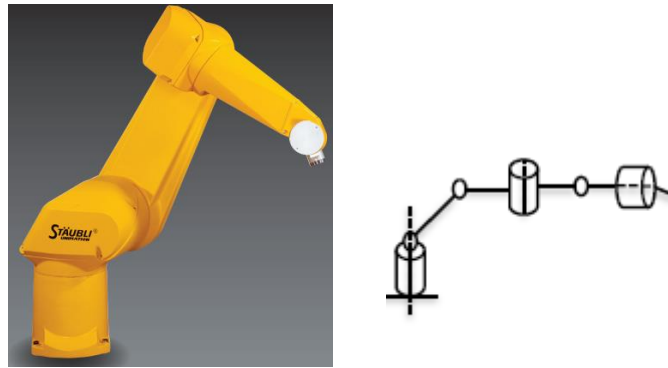


Figura 2. 19: Robot manipulador B2 revoluta STÄUBLI RX160L de 6 dof.  
Fuente: (Stäubli, 2007)

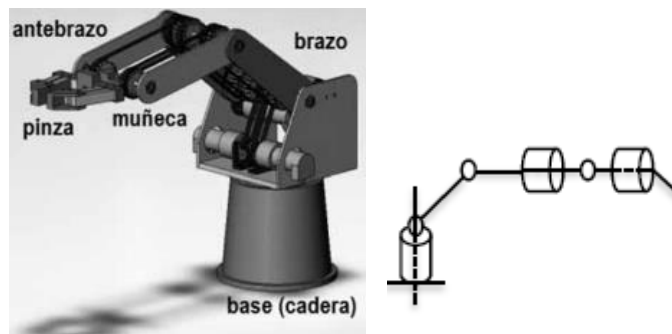


Figura 2. 20: Robot manipulador C revoluta PUMA 560 de 6 dof.  
Fuente: (Tibaduiza, Amaya, Rodríguez, Mejia, & Flórez, 2011)

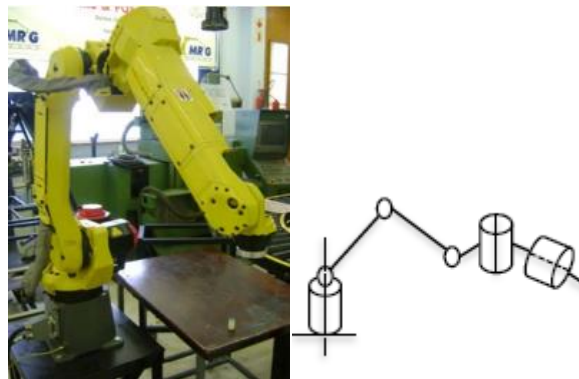


Figura 2. 21: Robot manipulador D revoluta de 6 dof.  
Fuente: (Hassan, 2011)

### 2.2.5. Clasificación basada en la estructura regional.

En caso de que la estructura regional del robot manipulador determine el mayor desplazamiento del efector final que tiene 3 dof. En esta parte regional del manipulador, tanto rotacional como traslacional pueden usarse para posicionar el efector final del manipulador. La dirección de los ejes puede ser arbitraria en el espacio. Pero la buena práctica es que la posición del

mecanismo siempre serán ejes paralelos de unión junto con el marco de coordenadas de unión fija  $x, y$  y  $z$ .

Por lo tanto, la traslación y rotación se pueden representar como  $R_x, R_y, R_z$  y  $P_x, P_y, P_z$  tal como se indica en la tabla 2.3. Esta representación puede realizar  $6^3$  combinaciones posibles de estas seis articulaciones. mientras que no siempre es importante que pueda hacer un mecanismo espacial, por ejemplo, las combinaciones  $P_x P_x P_x$  o  $P_x P_y R_z$  no pueden moverse al menos en una dirección de los ejes  $x, y$  y  $z$ . Entonces para tener un mecanismo espacial se requiere tener movimiento en las tres direcciones. Por lo tanto, el movimiento de una sola articulación siempre debe ser independiente de los otros dos movimientos de la articulación.

Tabla 2. 3: Clasificación basada en la estructura regional.

Combinaciones posibles para seis articulaciones				
$R_x R_x R_y$	$R_x R_x R_x$	$R_x P_x R_y$	$R_x P_y P_x$	$P_x R_x P_z$
$R_x R_x R_z$	$R_x R_y P_x$	$R_x P_x R_z$	$R_x P_z P_x$	$P_x R_y P_y$
$R_x R_y R_z$	$R_x R_y P_y$	$R_x P_y R_y$	$P_x R_x R_x$	$P_x P_y R_x$
$R_x R_y R_y$	$R_x R_y P_z$	$R_x P_y R_z$	$P_x R_x R_y$	$P_x P_y R_y$
$R_x R_y R_z$	$R_x R_z P_x$	$R_x P_z R_y$	$P_x R_x R_x$	$P_x P_y P_z$
$R_x R_z R_x$	$R_x R_z P_y$	$R_x P_z R_z$	$P_x R_y R_x$	
$R_x R_z R_y$	$R_x R_z P_z$	$R_x P_x P_y$	$P_x R_y R_z$	
$R_x R_z R_z$	$R_x P_x R_x$	$R_x P_x P_z$	$P_x R_x P_y$	

Fuente: (Lenarčič et al., 2013)

De acuerdo con la tabla 2.3, solo algunas de estas combinaciones se usan para formar un robot manipulador industrial. En general, hay cinco tipos de mecanismo de posicionamiento en el manipulador industrial, tal como se muestra en la figura 2.22. Otra parte del robot manipulador es la parte de orientación que se requiere para tener al menos 3 dof juntas para lograr la tarea deseada y la combinación de tres variables de rotación puede producir 27 configuraciones diferentes de muñeca.

Sin embargo, la configuración con ejes consecutivos perpendiculares se puede considerar según lo mostrado en la figura 2.22. En caso de que la primera rotación sea sobre el eje  $x$ , la siguiente alineación del eje debe estar en la dirección del eje  $y$  o  $z$ . Si la siguiente rotación es sobre el eje  $y$ , entonces el último eje de rotación debe ser de aproximadamente  $z$  o el eje  $x$ . Teniendo

en cuenta estos criterios, puede haber 12 configuraciones diferentes, solo la diferencia estará allí en función de la orientación del accesorio con el enlace móvil del manipulador.

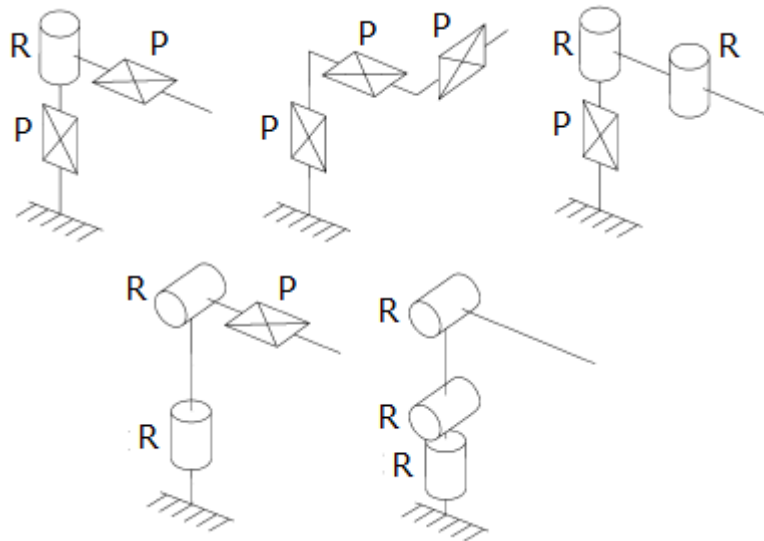


Figura 2. 22: Mecanismo regional de robot manipuladores (a) cilíndrico PRP, (b) cartesiano PPP, (c) SCARA PRR, (d) esférico RRP y (e) revoluta RRR.

Fuente: (Lenarčič et al., 2013)

### 2.2.6. Clasificación por características de movimiento.

Los robots manipuladores también se pueden clasificar según su naturaleza de movimiento, tales como; el robot manipulador que posee tres características diferentes de movimiento: plano, esférico y espacial. Un robot manipulador se conocerá como planar si la articulación asociada a los enlaces arbitrariamente se traslada y gira en el plano. En el caso del robot manipulador planar, todos los enlaces móviles realizan un movimiento planar que es el eje conjunto de todos los ejes paralelos entre sí.

Las articulaciones prismáticas y revolutas solo son pares inferiores permitidos para el mecanismo plano. Pero en el caso del manipulador esférico, todos los enlaces realizan un movimiento esférico con respecto al punto fijo común y todos los demás movimientos de las articulaciones pueden determinarse mediante la proyección radial de la esfera unitaria. Las articulaciones de revolución se limitan a la construcción de la articulación esférica que se puede utilizar como dispositivo señalador. Por otro lado, el manipulador que se mueve en un espacio tridimensional y posee tres

coordinadas, se dice que es un manipulador espacial. Con base en la observación de la tendencia creciente de la aplicación del manipulador industrial, el manipulador comúnmente utilizado es espacial.

### **2.2.7. Clasificación por aplicación.**

Independientemente de la estructura, de los grados de libertad y espacio de trabajo, el manipulador también se puede clasificar según su aplicación. Estos se pueden clasificar de la siguiente manera;

- a) Manipulador de robot de montaje
- b) Submarino
- c) Espacio
- d) Agricultura
- e) Minería
- f) Quirúrgico y rehabilitación
- g) Nacional
- h) Educativo

En el caso del robot manipulador de ensamblaje, la aplicación principal siempre seleccionará y colocará, cargando/descargando, soldando, pintando, inspeccionando, muestreando, fabricando, etc. Según la configuración y el diseño, la mayoría de los robots industriales son antropomórficos, que incluyen hombro, codo y muñeca. Por lo tanto, finalmente la mayor parte del manipulador posee 6 dof para lograr la posición y orientación deseada, la diferencia básica es la aplicación. El objetivo básico del robot manipulador es tener alta resolución, energía eficiente y puede llevar la carga máxima. Por lo tanto, todo manipulador distinguido posee diferentes estructuras cinemáticas.

### **2.3. Análisis cinemático.**

Desde el punto de vista de la estructura mecánica, un brazo robótico es una cadena cinemática abierta que se conecta mediante articulaciones revolutas o prismáticas. Un extremo está montado en la base y el otro extremo es el efector final. El movimiento del brazo del robot se obtiene mediante todos los movimientos elementales de todos los enlaces, y el movimiento de cada enlace es respecto del anterior.

Por lo tanto, la posición y la orientación del efector final son descripciones críticas para manipular el brazo del robot en un espacio de trabajo 3-D. En la siguiente sección se establecen matemáticamente los parámetros de Denavit-Hartenberg, la matriz de rotación y resuelve la matriz de Transformación homogénea. Luego deriva la ecuación cinemática directa, que expresa la "posición y orientación del efector final como una función de las variables conjuntas de la estructura mecánica con respecto a un marco de referencia".

### 2.3.1. Convención de Denavit Hartenberg

Los parámetros de Denavit-Hartenberg (conocidos como parámetros DH) son los cuatro parámetros asociados con una convención particular para unir marcos de referencia a los enlaces de una cadena cinemática espacial o de un robot manipulador. Los marcos de enlaces de Denavit-Hartenberg se definen de acuerdo con lo mostrado por la figura 2.23.

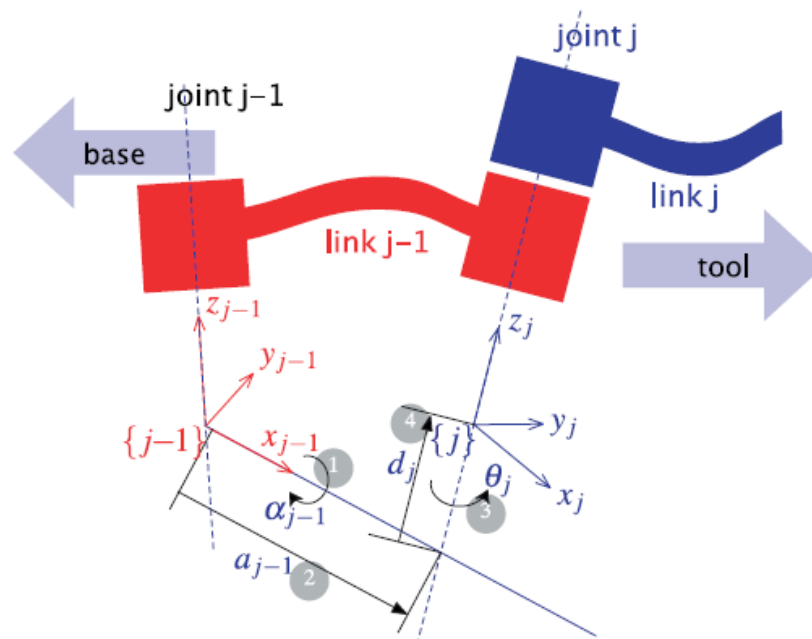


Figura 2. 23: Convención de Denavit-Hartenberg.  
Fuente: (Corke, 2011)

Configurar el marco del enlace

- El eje  $x_i$  está a lo largo de la normal común.  $a_i$  y su dirección es de la articulación  $j$  a la articulación  $j + 1$ .
- $y_i$  es completar un marco diestro.

Después de configurar el cuadro de enlace, la posición y la orientación del cuadro  $j$  y del cuadro  $j - 1$ , se representan los parámetros de DH:

- ❖  $a_j$ : es la distancia de la normal común entre las articulaciones y la articulación  $j + 1$ .
- ❖  $d_j$ : es la distancia de dos puntos perpendiculares de la articulación normal común  $j - 1$  con  $j$  y la articulación  $j$  con  $j + 1$
- ❖  $\alpha_j$ : es el ángulo entre los ejes  $Z_{j-1}$  y  $Z_j$  sobre el eje  $X_j$
- ❖  $\theta_j$ : es el ángulo entre los ejes  $X_{j-1}$  y  $X_j$  sobre el eje  $Z_{j-1}$

### 2.3.2. Configuración de los parámetros de Denavit-Hartenberg.

A continuación, se describen los pasos para determinar los parámetros DH con relación a la figura 2.24. El origen del sistema está ubicado en la intersección de  $Z_0$  con  $Z_1$  dado que  $d_1 = 0, a_1 = 0$ ; el ángulo entre los ejes  $Z_0$  y  $Z_1$  es  $\pi/2$ ; la articulación 1 gira según el ángulo  $\theta_1$ .  $Z_1$  y  $Z_2$  son paralelos y  $X_1$  y  $X_2$  están en la dirección de los enlaces relativos, de tal manera  $d_2 = 0$ , la distancia entre  $O_1$  y  $O_2$  es  $a_2$ ; el ángulo entre los ejes  $Z_1$  y  $Z_2$  es  $0$ ; la articulación 2 gira  $\theta_2$ .  $Z_2$  y  $Z_3$  Están en intersección, de modo que  $d_3 = 0, a_3 = 0$ ; el ángulo entre los ejes  $Z_2$  y  $Z_3$  es  $\pi/2$ ; el enlace 3 gira  $\theta_3$ .  $Z_4$  está junto con  $Z_3$ , por lo que la distancia entre  $O_3$  y  $O_4$  es  $d_4$  y  $\alpha_4 = 0$ ; la articulación 4 gira  $\theta_4$ .

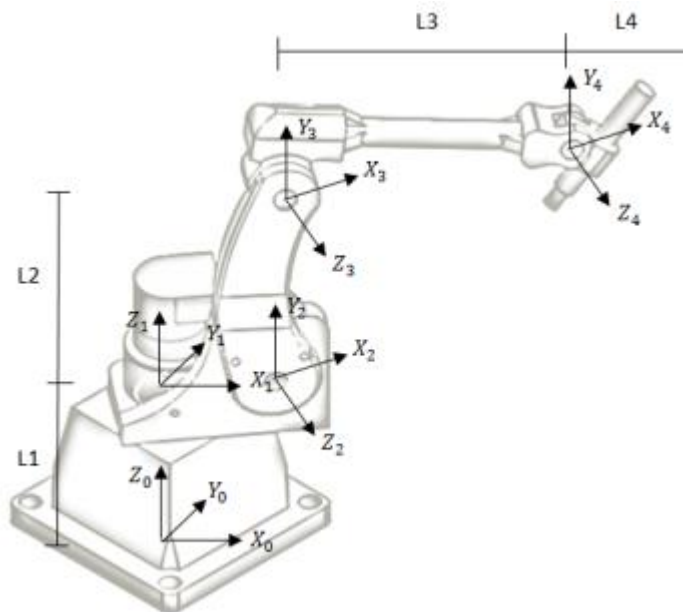


Figura 2. 24: Marco robótico del brazo.

Fuente: (Gómez et al., 2015)

A continuación, en la tabla 2.4 se especifican los parámetros de Denavit-Hartenberg.

Tabla 2. 4: Parámetros de Denavit-Hartenberg.

Eslabón	$\alpha_i$	$a_i$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	0	0	$\theta_1$
2	90	0	L1	$\theta_2$
3	0	L2	0	$\theta_3$
4	0	L3	0	$\theta_4$
5	0	L4	0	0

Fuente: (Gómez et al., 2015)

## 2.4. Matriz de rotación.

"Una matriz de rotación es una matriz utilizada para realizar una rotación en el espacio tridimensional. Está constituida por tres vectores unitarios  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$  que describen la orientación del cuerpo con respecto al marco de referencia que se puede combinar en (3x3) matriz".

$$R = [x' y' z'] = \begin{bmatrix} x'_x & y'_x & z'_x \\ x'_y & y'_y & z'_y \\ x'_z & y'_z & z'_z \end{bmatrix}$$

La matriz de rotación elemental representa la posición de varios en cada dirección del eje, también es el componente de la matriz de rotación en el espacio 3-D. Como muestra la figura 2.25, el marco de referencia es  $O - xyz$ , y el cuadro  $O' - x'y'z'$  es el marco girado con un ángulo  $\alpha$ . La rotación elemental se puede representar de la siguiente manera

$$x' = \begin{bmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \\ 0 \end{bmatrix} \quad y' = \begin{bmatrix} -\sin\alpha \\ \cos\alpha \\ 0 \end{bmatrix} \quad z' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto, la matriz de rotación elemental del cuadro  $O - x'y'z'$  con respecto al marco  $O - xyz$  es

$$R_z(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



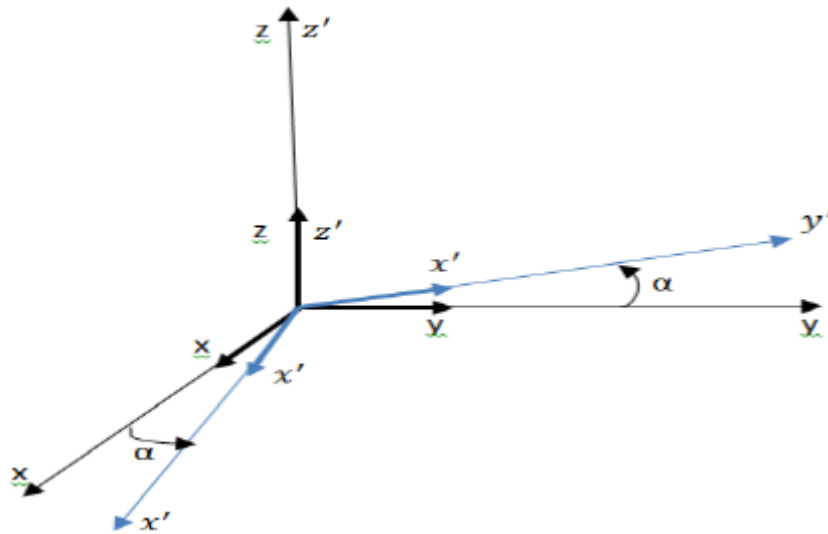


Figura 2. 25: Rotación del marco O-xyz por un ángulo sobre el eje z.

Fuente: (Gómez et al., 2015)

Con un mismo concepto, las rotaciones por un ángulo  $\beta$  alrededor del eje y y por un ángulo  $\gamma$  alrededor del eje x son presentadas respectivamente por

$$R_y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$$

$$R_x(\gamma) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$$

## 2.5. Matriz de transformación homogénea

En la figura 2.26, P es un punto arbitrario en el espacio.  $p^0$  Es el vector de coordenadas de P con respecto al marco de referencia 0 ( $O_0 - x_0y_0z_0$ ). El cuadro 1 ( $O_1 - x_1y_1z_1$ ) es el segundo cuadro en el espacio. Es el vector del origen  $O_1$  del fotograma 1 con respecto al origen  $O_0$  del fotograma 0, y es la matriz de rotación del fotograma 1 con respecto al fotograma 0.

$p^1$  Es el vector de coordenadas de P con respecto al cuadro 1. Sobre la base de la geometría simple, la posición del punto P con respecto al marco de referencia puede expresarse como

$$p^0 = o_1^0 + R_1^0 p^1$$

Por lo tanto, la posición en el espacio con dos marcos se puede representar por el término de traducción más el término de rotación.

En base a la explicación anterior y a la ecuación 1.6, podemos decir que la transformación de coordenadas se puede representar mediante una matriz de 4x4 que se denomina matriz de transformación homogénea.

$$A_1^0 = \begin{bmatrix} R_1^0 & o_1^0 \\ 0^T & 1 \end{bmatrix}$$

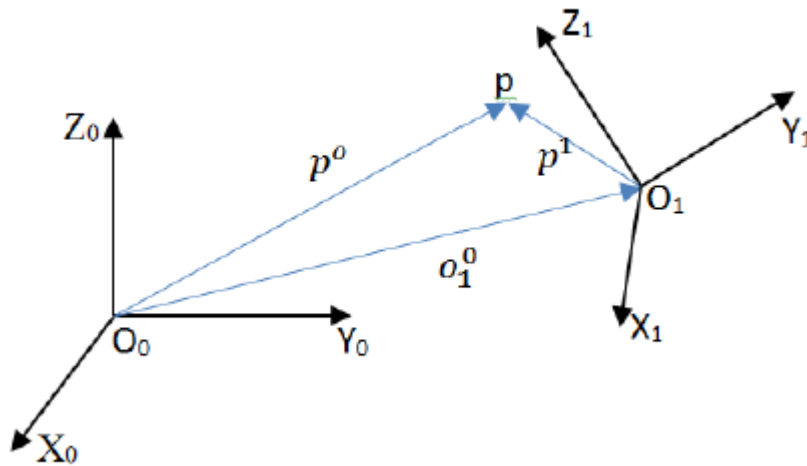


Figura 2. 26: Representación de un punto P en diferentes marcos de coordenadas.

Fuente: (Gómez et al., 2015)

### 2.5.1. Cálculo de la transformación homogénea

Primero, elija un marco alineado con el marco  $i - 1$ . Hacer la traducción del fotograma elegido por eje longitudinal y luego hacer rotación por él alrededor del eje. Esta secuencia alinea el fotograma actual  $i$  y tiene el mismo proceso con la ecuación anterior. La matriz de transformación homogénea se puede mostrar como:

$$A_i^{i-1} = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & 0 \\ s\theta_i & c\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

En segundo lugar, hacer la traducción para el cuadro alineado con el cuadro  $i$  por el eje longitudinal y haciendo rotación para el cuadro actual por medio de un eje; esta secuencia alinea el cuadro actual  $i$ . La matriz de transformación se muestra de la siguiente manera.

$$A_i^i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & c\alpha_i & -s\alpha_i & 0 \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ahora se muestra la obtención de la matriz de transformación homogénea del cuadro  $i$  al cuadro  $i-1$ .

$$A_i^{i-1}(q_i) = A_i^{i-1} A_i^i = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i c\alpha_i & s\theta_i s\alpha_i & a_i c\theta_i \\ s\theta_i & c\theta_i c\alpha_i & -c\theta_i s\alpha_i & a_i s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para el brazo robótico, la matriz de transformación homogénea para cada unión individual puede representarse de la siguiente manera.

$$\text{Link 1 } A_1^0(\theta_1) = \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & S\theta_1 & 0 \\ S\theta_1 & 0 & -C\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Link 2 } A_2^1(\theta_2) = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & a_2 C\theta_2 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & a_2 S\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Link 3 } A_3^2(\theta_3) = \begin{bmatrix} C\theta_3 & 0 & S\theta_3 & 0 \\ S\theta_3 & 0 & -C\theta_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Link 4 } A_4^3(\theta_4) = \begin{bmatrix} C\theta_4 & -S\theta_4 & 0 & 0 \\ S\theta_4 & C\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## 2.6. Función cinemática directa.

"El objetivo de la cinemática directa es determinar la posición y la orientación del efector final en función de las variables conjuntas". El formato de la función cinemática directa puede expresarse mediante una matriz de transformación homogénea con respecto al marco de referencia.

$$T^0(q) = \begin{bmatrix} \mathbf{n}^0(q) & \mathbf{s}^0(q) & \mathbf{a}^0(q) & \mathbf{p}^0(q) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Donde,  $q$  es variables conjuntas que es n vector.  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{s}$ ,  $\mathbf{a}$  son vectores unitarios.  $\mathbf{p}$  Es el vector de posición de la trama de origen con respecto a la trama de referencia  $O_0 - x_0y_0z_0$ .

"La convención Denavit-Hartenberg permite construir la función cinemática directa mediante la composición de las transformaciones de coordenadas individuales en una matriz de transformación homogénea". Por lo tanto, multiplicando cada matriz de transformación homogénea individual, podemos obtener la función cinemática directa

$$T_n^0(q) = A_1^0(q_1)A_2^1(q_2) \dots A_n^{n-1}(q_n)$$

### 2.6.1. Solución de la función cinemática directa

El cálculo de la función cinemática directa es:

$$T_4^0(q) = A_1^0(\theta_1)A_2^1(\theta_2)A_3^2(\theta_3)A_4^3(\theta_4)$$

Por lo tanto,

$$T_4^0(q) = \begin{bmatrix} C1C2C3C4 - C1C2C3C4 + S1S4 & -C1C2C3S4 + C1S2S3S4 + S1C4 & C1C2S3 + C1S2C3 \\ S1C2C3C4 - S1S2S3C4 - C1S4 & -S1C2C3S4 + S1S2S3S4 - C1C4 & S1C2S3 + S1S2C3 \\ S2C3C4 + C2S3C4 & -S2C3S4 - C2S3S4 & S2S3 - C2C3 \\ 0 & 0 & 0 \\ C1C2S3d4 + C1S2C3d4 + C1C2a2 & & \\ S1C2S3d4 + S1S2C3d4 + S1a2C2 & & \\ S2S3d4 - C2C3d4 + a2S2 & & \\ 1 & & \end{bmatrix}$$

Donde  $q = [\theta_1\theta_2\theta_3\theta_4]^T$ , ya que se alinea con, el cuadro 4 representa un cuadro de efector final.

### 2.7. Problema de la cinemática inversa.

"La cinemática inversa consiste en la determinación de las variables conjuntas correspondientes a una posición y orientación del efector final". La solución cinemática inversa es fundamental para controlar el manipulador.

Dado que se le da la posición y la orientación deseadas del efector final, se puede derivar el movimiento de cada articulación.

### 2.7.1. Solución de cinemática inversa

Considere el brazo que se muestra en la figura 2.24 de la cinemática directa. Se desea encontrar las variables articulares, se da la posición final del efector  $P_x, P_y, P_z$ . Las dimensiones de  $a_2$  y  $d_4$  son constantes.

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left( \frac{Py}{Px} \right)$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} \left( \frac{\sin\theta_3}{\cos\theta_3} \right)$$

$$\theta_3 = \tan^{-1} \left( \frac{\sin\theta_3}{\cos\theta_3} \right)$$

Dónde,

$$\sin\theta_2 = \frac{(a_2 + d_4 \cos\theta_3)Pz - d_4 \sin\theta_3 \sqrt{(Px)^2 + (Py)^2}}{(Px)^2 + (Py)^2 + (Pz)^2}$$

$$\cos\theta_2 = \frac{(a_2 + d_4 \cos\theta_3) \sqrt{(Px)^2 + (Py)^2} + d_4 Px \sin\theta_3}{(Px)^2 + (Py)^2 + (Pz)^2}$$

$$\sin\theta_2 = \pm \sqrt{1 - (\cos\theta_3)^2}$$

$$\cos\theta_3 = \frac{(Px)^2 + (Py)^2 + (Pz)^2 - a_2^2 - d_4^2}{2a_2 d_4}$$

## **CAPÍTULO 3: Descripción del problema y análisis**

### **3.1. Introducción.**

El presente capítulo proporciona una descripción detallada de diferentes análisis implementados para un robot manipulador de 6 grados de libertad (dof). Algunos de los métodos descritos en la fundamentación teórica se modificaron y ajustaron en función de las características generales del brazo robótico de 6 grados de libertad. Aunque algunos métodos no fueron factibles de implementarse completamente para el presente modelado utilizado en el desarrollo del trabajo de titulación. Se realizaron algunas aplicaciones prácticas de acuerdo con los métodos descritos en el capítulo 2. También se presenta un análisis adicional, utilizado para resolver problemas específicos.

Las funcionalidades del robot manipulador se pueden realizar separando tales operaciones en varias tareas para ser resueltas individualmente. Las siguientes tareas y sus soluciones se explican en este capítulo: 1) derivar ecuaciones cinemáticas basadas en la descripción del robot manipulador, 2) resolver el problema de la cinemática inversa, 3) calcular el espacio de trabajo del manipulador y su representación en el sistema de coordenadas cartesianas, 4) determinar la orientación del efector final, 5) diseñar una ruta global para evitar áreas dentro del espacio de trabajo donde el manipulador tiene dificultades de control de movimiento y 6) planear caminos libres de colisiones para evitar obstáculos estacionarios.

El simulador utilizado para el modelado del brazo robótico de 6 grados de libertad es Matlab. Finalmente, todos los análisis y cálculos generados por el desarrollo de las tareas mencionadas anteriormente se dan en las siguientes secciones.

### **3.2. Descripción del brazo robótico.**

El brazo robótico o robot manipulador de 6 grados de libertad utilizado en el presente trabajo de titulación es un manipulador de cadena serie compuesto por varios módulos y un efector final de agarre interconectado por seis articulaciones giratorias, tal como se muestra en la figura 3.1. Los

módulos mencionados anteriormente pueden ser cuadradas o unidades cilíndricas. Cada módulo consiste en un servomotor sin escobillas incorporado, capaz de entregar un torque de 372 Nm en unidades cuadradas y 239 Nm en unidades cilíndricas.

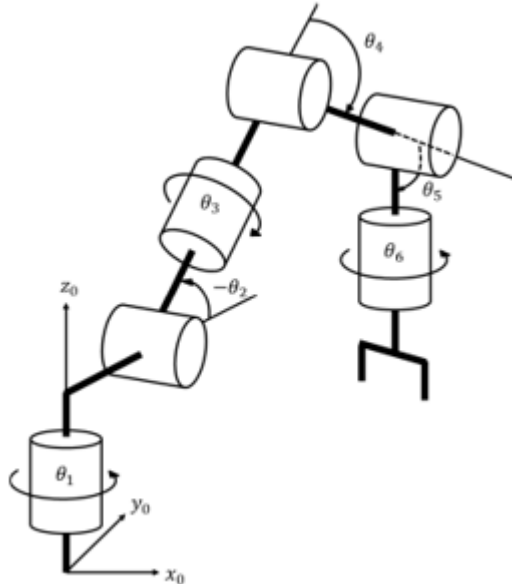


Figura 3. 1: Configuración del brazo robótico de 6 dof y sus ángulos de rotación.  
Elaborado por: Autor

La velocidad máxima que debe alcanzar los módulos es de 8.2 rad/s y 1.2 rad/s para unidades cuadradas y cilíndricas, respectivamente. Dichos módulos deben tener codificadores incrementales para establecer su posicionamiento y control de velocidad. También, se considera el uso de componentes electrónicos de potencia y control integrados. Estos módulos son capaces de rotar más de 360 grados pero tienen limitaciones de espacio debido a la configuración del manipulador.

Para el análisis se eligen los límites de los ángulos de la junta (véase la tabla 3.1), para evitar golpear el manipulador. Todos los módulos serán comandados con un sistema de comunicación de red de área de controlador. Aunque existen varias funciones de programación para controlar el manipulador del robot, solo se implementaron ciertas funciones. Como se mencionó en el Capítulo 2, la notación Denavit-Hartenberg (DH) se utilizó en esta investigación para describir la cinemática del brazo robótico o robot manipulador de 6 grados de libertad.

Tabla 3. 1: Especificación de los límites de la articulación del brazo robótico.

Articulación	Límite inferior	Límite superior
1	$-160^\circ$	$160^\circ$
2	$-120^\circ$	$95^\circ$
3	$-160^\circ$	$160^\circ$
4	$-119^\circ$	$119^\circ$
5	$-119^\circ$	$119^\circ$
6	$\pi$	$\pi$

Elaborado por: Autor

Las ubicaciones de los marcos de coordenadas utilizados en el trabajo de titulación corresponden a lo explicado por Craig, (2018), tal como se ilustra en la figura 3.2. Cada marco se ubicó en el eje de origen de cada enlace, y su dirección del eje z se eligió según la rotación positiva del manipulador real usando la regla de la mano derecha. La tabla 3.2 muestra los parámetros DH correspondientes a la configuración de posición inicial de la figura 3.2.

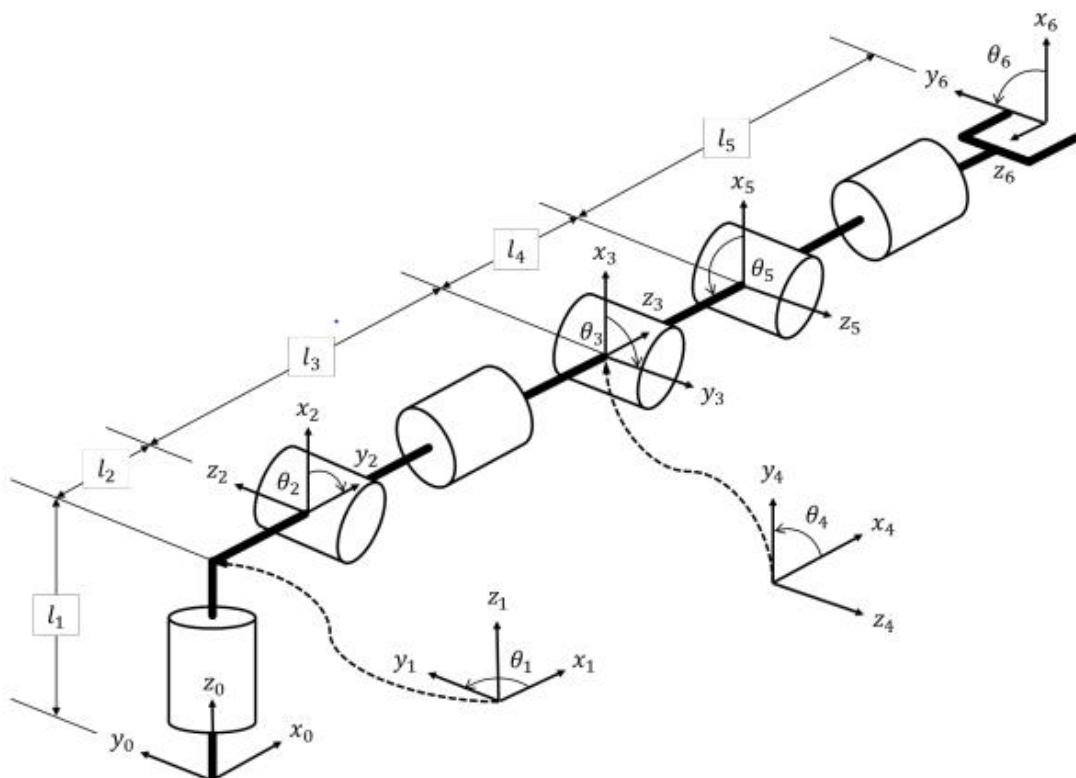


Figura 3. 2: Marcos coordinados globales y móviles del manipulador en posición inicial.

Elaborado por: Autor



Tabla 3. 2: Parámetros de Denavit-Hartenberg

Elemento	$\alpha_{i-1}$	$a_{i-1}$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	0	$l_1$	$\theta_1$
2	$-\frac{\pi}{2}$	$l_2$	0	$\theta_2 - \frac{\pi}{2}$
3	$-\frac{\pi}{2}$	0	$l_3$	$\theta_3$
4	$-\frac{\pi}{2}$	0	0	$\theta_4 + \frac{\pi}{2}$
5	0	$l_4$	0	$\theta_5 + \frac{\pi}{2}$
6	$-\frac{\pi}{2}$	0	$-l_5$	$\theta_6$

Elaborado por: Autor

Para mantener la configuración de posición inicial dada en la figura 3.2, en la que todos los ángulos de la junta son cero. Las variables de unión ( $\theta_i$ ) se ajustaron  $+\frac{\pi}{2}$  o  $-\frac{\pi}{2}$  (ver tabla 3.2). Hay que tener en cuenta el ajuste mencionado y basado en los parámetros DH, la transformación homogénea que relaciona la posición y la orientación del efector final con el sistema de coordenadas está dada por la siguiente expresión:

$${}^0T = {}^0T_1T_2T_3T_4T_5T_6T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Dónde,

$$\begin{aligned} r_{11} &= c_6[c_{45}(s_1s_3 + c_1s_2c_3) - s_{45}c_1c_2] - s_6[s_1c_3 - c_1s_2s_3] \\ r_{21} &= s_6[c_1c_3 + s_1s_2s_3] - c_6[c_{45}(c_1s_3 - s_1s_2c_3) + s_{45}s_1c_2] \\ r_{31} &= c_6(s_{45}s_2 + c_{45}c_2c_3) + c_2s_3s_6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r_{12} &= s_6[c_{45}(s_1s_3 + c_1s_2c_3) - s_{45}c_1c_2] - c_6[c_1s_1 - c_1s_2s_3] \\ r_{22} &= s_6[c_{45}(c_1s_3 - s_1s_2c_3) + s_{45}s_1c_2] + c_6[c_1c_3 + s_1s_2c_3] \\ r_{32} &= c_2s_3c_6 - s_6(s_{45}s_2 + c_{45}c_2c_3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r_{13} &= -s_{45}(s_1s_3 + c_1s_2c_3) - c_{45}c_1c_2 \\ r_{23} &= s_{45}(c_1s_3 - s_1s_2c_3 - c_{45}s_1c_2) \\ r_{33} &= c_{45}s_2 - s_{45}c_2c_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_x &= l_2 c_1 + l_3 c_1 c_2 + (l_5 s_{45} + l_4 s_4)(s_1 s_3 + c_1 s_2 c_3) + (l_5 c_{45} + l_4 c_4)(c_1 c_2) \\
p_y &= l_2 s_1 + l_3 s_1 c_2 - (l_5 s_{45} + l_4 s_4)(c_1 s_3 - s_1 s_2 c_3) + (l_5 c_{45} + l_4 c_4)(s_1 c_2) \\
p_z &= l_5(s_{45} c_2 c_3 - c_{45} s_2) + l_4(c_2 c_3 s_4 - c_4 s_2) - l_3 s_2 + l_1
\end{aligned}$$

Todas las variables conjuntas utilizadas en la ecuación (1) fueron medidas con respecto a la posición inicial, según lo observado en la figura 3.2. La notación  $r_{ij}$  de la ecuación (1) representan los elementos de la matriz de rotación, y  $p_{ij}$  los elementos del vector de posición,  $c_i$  representan  $\cos(\theta_i)$ ,  $s_i$  para  $\sin(\theta_i)$ ,  $c_{ij}$  para  $\cos(\theta_i + \theta_j)$ , y  $s_{ij}$  para  $\sin(\theta_i + \theta_j)$ . Los procesos matemáticos de todas las transformaciones de enlace no son presentados totalmente por la cantidad de expresiones que tiene la solución.

### 3.3. Cinemática inversa iterativa.

El método de cinemática inversa iterativa (*Iterative Inverse Kinematics, IIK*) propuesto en el presente trabajo de titulación consiste en derivar dos ecuaciones no lineales simultáneas basadas en la configuración geométrica del robot manipulador. Dichas ecuaciones se pueden derivar en términos del primer y segundo ángulo de articulación  $\theta_1$  y  $\theta_2$  del robot manipulador de 6 grados de libertad. Como para cualquier método cinemático inverso, la posición y orientación del efector final son conocidas.

Después de encontrar las dos ecuaciones simultáneas, el problema es resolver un sistema de dos ecuaciones no lineales. Las raíces de este sistema de ecuaciones representan las soluciones, que se calculan utilizando un método biseccional. Una vez que se calculan los ángulos de unión  $\theta_1$  y  $\theta_2$ , el ángulo de articulación 4 se calcula utilizando la ley de cosenos. Los ángulos de las articulaciones restantes se calculan usando las demás ecuaciones cinemáticas desde la ecuación (1).

#### 3.3.1 Obtención de los ángulos de articulación $\theta_1$ y $\theta_2$ .

Para obtener dos ecuaciones simultáneas, se considera la configuración geométrica del robot manipulador. Este se modela en el sistema de coordenadas cartesianas para analizar su configuración geométrica, tal como se muestra en la figura 3.3. Las letras A, B, C, D y E se asignan a cada

articulación del manipulador para identificar su posición. Como los ejes de rotación en las juntas C y D son paralelos entre sí y, los segmentos  $\overline{BC}$  y  $\overline{ED}$  son ambos normales a estos ejes de rotación, se puede inferir que los puntos B, C, D y E están en un plano, independientemente del valor de los ángulos de las juntas (véase la figura 3.3a).

La declaración anterior se deriva en la siguiente expresión:

$$[\overline{ED} \times \overline{DC}] \cdot \overline{BC} = 0 \quad (2)$$

Donde, el segmento  $\overline{ED}$  corresponde al vector de orientación del eje z del efector final  $[r_{13} r_{23} r_{33}]^T$  para la ecuación (1).

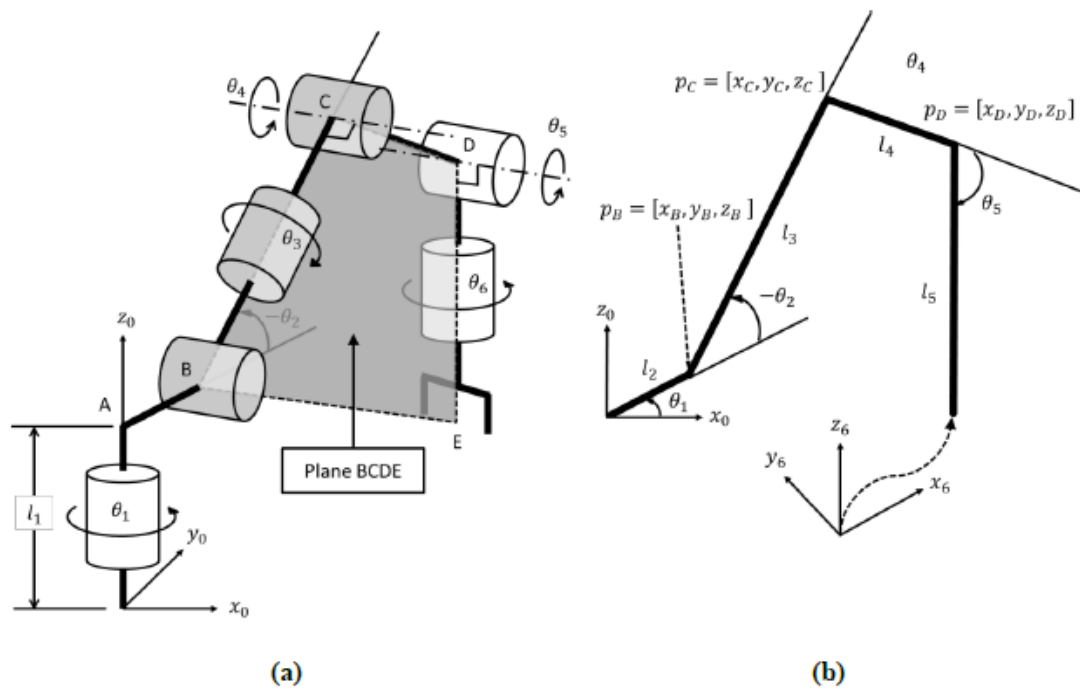


Figura 3. 3: Diagrama esquemático del brazo robótico de 6 grados de libertad (a) plano BCDE; y (b) forma vectorial.

Elaborado por: Autor

Para calcular las variables  $x$ ,  $y$  y  $z$  de la ecuación (2) fueron asignados a cada punto de coordenadas (ver figura 3.3b). Para simplificar el análisis, el sistema de coordenadas global se desplazó a lo largo de su eje z positivo una distancia igual a  $l_1$ . De la figura 3.3b, las posiciones de los puntos  $p_B$  y  $p_C$  se pueden expresar como:

$$p_B = [(l_2 c_1) \quad (l_2 s_1) \quad 0] \quad (3)$$

$$p_c = [(l_2 c_1 + l_3 c_2 c_1) \quad (l_2 s_1 + l_3 c_2 s_1) \quad (-l_3 s_2)] \quad (4)$$

Sustituyendo y simplificando las expresiones (3) y (4) dentro de la ecuación (2), se obtiene la siguiente expresión simultánea:

$$(r_{23} z_D - r_{33} y_D) c_2 c_1 + (r_{33} x_D - r_{13} z_D) c_2 s_1 + (r_{23} x_D - r_{13} y_D) s_2 + r_{13} l_2 s_1 s_2 - r_{23} l_2 c_1 s_2 = 0 \quad (5)$$

Resolviendo para  $\theta_2$  en (5) se obtiene la siguiente expresión:

$$\tan(\theta_2) = \frac{(r_{23} z_D - r_{33} y_D) c_1 + (r_{33} x_D - r_{13} z_D) s_1}{\pm [(r_{23} x_D - r_{13} y_D) + r_{13} l_2 s_1 - r_{23} l_2 c_1]} \quad (6)$$

Dónde,

$$\begin{aligned} x_D &= p_x - r_{13} l_5 \\ y_D &= p_y - r_{23} l_5 \\ z_D &= p_z - l_1 - r_{33} l_5 \end{aligned}$$

El signo  $\pm$  encontrado en el denominador de (6) se obtuvo al considerar dos soluciones posibles para el producto escalar. El producto escalar es siempre cero para los valores positivo y negativo de los ángulos perpendiculares ( $\pm 90^\circ$ ).

La segunda ecuación simultánea se encuentra calculando la longitud de los segmentos  $\overline{BC}$  y  $\overline{DC}$ . Se conocen las magnitudes de estos segmentos ya que son los parámetros de los enlaces de desplazamiento de la tabla 3.1. Se obtuvo la siguiente ecuación:

$$|\overline{BC}| + |\overline{DC}| - l_3 - l_4 = 0 \quad (7)$$

Sustituyendo y simplificando las ecuaciones, la siguiente ecuación no lineal de error  $\|E\|$  se calcula como sigue:

$$\|E\| = x_D^2 + y_D^2 + z_D^2 + l_2^2 + l_4^2 - l_3^2 - 2(l_2 + l_3 c_2)(x_D c_1 + y_D s_1) + 2l_3(z_D s_2 + l_2 c_2) \quad (8)$$

La solución se encuentra cuando se cumplen ambas ecuaciones, lo que hace que la anterior ecuación sea igual a cero. Para satisfacer las ecuaciones

(6) y (7) simultáneamente se utiliza el método de bisección. En (6) se sustituye un conjunto de valores para  $\theta_1$  para obtener un conjunto de valores para la articulación  $\theta_2$ . Estos dos conjuntos fueron sustituidos en la ecuación no lineal de error. El conjunto de valores de  $\theta_1$  y  $\theta_2$  hacen que la ecuación no lineal de error sea igual a cero, lo que representan la solución para los ángulos  $\theta_1$  y  $\theta_2$ , tal como se muestra en la figura 3.4.

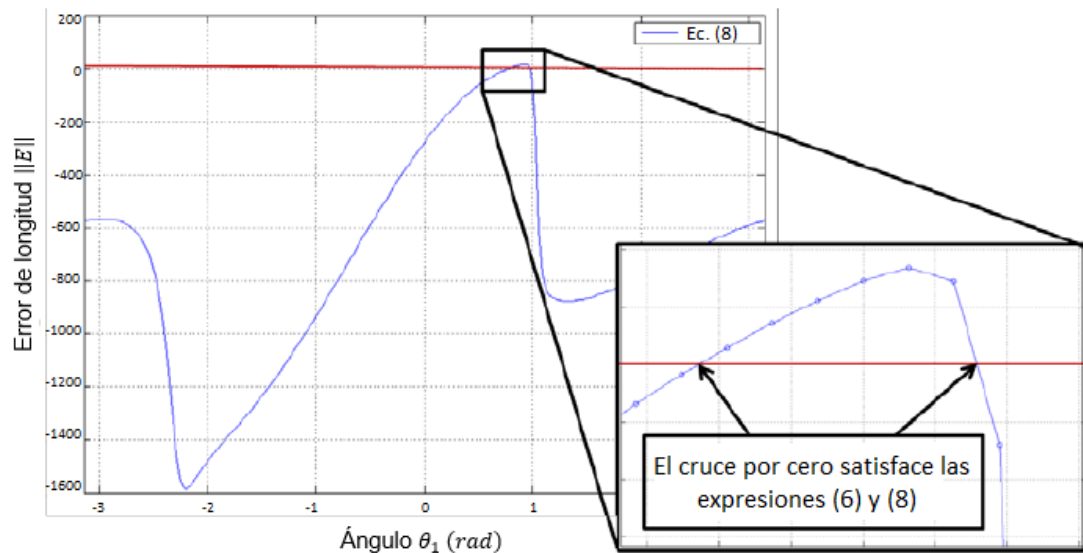


Figura 3. 4: Encontrar las raíces de la ecuación no lineal de error.  
Elaborado por: Autor

Como los valores aleatorios elegidos como una conjetura inicial para el conjunto  $\theta_1$ , probablemente no fueron iguales a cero en (8), se evaluó un cambio de signo. El cambio de signo en un intervalo particular representa un cruce por cero y sugirió la existencia de una solución. Se realizó un proceso de iteración en estos intervalos para obtener un resultado preciso.

Para evitar errores de detección al encontrar las raíces de intervalos largos (la ecuación 8 podría ser igual a cero dos veces dentro de un intervalo que mantiene el mismo signo en ambos extremos). Se calcularon e incluyeron el error de longitud máxima y mínima  $\|E\|$  (es decir, la ecuación 8) el ángulo  $\theta_1$ . Se descubrió que el error mínimo ocurre cuando el ángulo de la articulación  $\theta_1$  está orientado hacia el efector final. El error máximo se produjo cuando el ángulo de la articulación  $\theta_1$  estaba orientado hacia el lado opuesto.

$$\min = \text{atan2}(p_y, p_x) \quad (9)$$

$$\max = \text{atan2}(p_y, p_x) \pm \pi \quad (10)$$

La función  $atan2$  permite calcular el ángulo formado entre los componentes x e y, teniendo en cuenta no solo sus valores, sino también sus signos.

### 3.3.2 Obtención del ángulo de articulación $\theta_4$ .

En esta sección, se utiliza la ley del coseno para el triángulo formado por A, B y C mostrada por figura 3.3. Por lo tanto,  $\theta_4$  se obtiene de acuerdo con:

$$c_4 = \frac{x_D^2 + y_D^2 + z_D^2 + l_2^2 - l_3^2 - l_4^2 - dl_2(x_D c_1 - y_D s_1)}{2l_3 l_4} \quad (11)$$

$$s_4 = \pm \sqrt{1 - c_4^2} \quad (12)$$

$$\theta_4 = atan2(s_4, c_4) \quad (13)$$

Fueron obtenidas dos configuraciones diferentes para cada solución de la articulación  $\theta_1$  ver ecuación (11). Este comportamiento, permitió el control directo sobre varias configuraciones. En este caso particular, se podría elegir codo hacia arriba o abajo.

### 3.3.3 Obtención del ángulo de articulación $\theta_3$

Teniendo en cuenta que el vector de posición de los parámetros de la quinta articulación,  $x_D$ ,  $y_D$  y  $z_D$  son conocidos a partir de la ecuación  $y_D = p_y - r_{23}l_5$ , en el cual se implementa la siguiente transformación:

$${}^0_5T = {}^0_2T {}^2_5T \quad (14)$$

Reescribiendo (14) y pre-multiplicando por  $[{}^0_2T(\theta_1, \theta_2)]^{-1}$ , la dependencia de los ángulos de las articulaciones  $\theta_1$  y  $\theta_2$  se transfiere al lado izquierdo, obteniendo la siguiente expresión:

$${}^0_2T^{-1} {}^0_5T = {}^2_5T \quad (15)$$

Dónde,

$${}^0_2T^{-1} = \begin{bmatrix} c_1 s_2 & s_1 s_2 & c_2 & -l_1 c_2 - l_2 s_2 \\ c_1 c_2 & s_1 c_2 & -s_2 & l_1 s_2 - l_2 c_2 \\ -s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0_5T = \begin{bmatrix} \times & \times & \times & x_D \\ \times & \times & \times & y_D \\ \times & \times & \times & z_D \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2_5T = \begin{bmatrix} c_4 c_{45} & -c_3 s_{45} & -s_3 & l_4 c_3 s_4 \\ -s_{45} & -c_{45} & 0 & l_4 c_4 + l_3 \\ -s_4 c_{45} & s_3 s_{45} & -c_3 & -l_4 s_3 s_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Donde  $\times$  puede ser cualquier valor, porque no se consideran en estos cálculos. Igualando los elementos (3, 4) de ambos lados, se tiene que:

$$({}^0_2T^{-1} {}^0_5T)_{34} = c_1 y_D - s_1 x_D = -l_4 s_3 s_4 = {}^2_5T_{34} \quad (16)$$

Entonces, la articulación  $\theta_3$  se obtiene de la siguiente forma:

$$s_3 = \frac{s_1 x_D - c_1 y_D}{l_4 s_4} \quad (17)$$

$$c_3 = \pm \sqrt{1 - s_3^2} \quad (18)$$

$$\theta_3 = \text{atan2}(s_3, c_3) \quad (19)$$

De manera similar a la sección 3.3.2, dos configuraciones diferentes se obtuvieron para la articulación  $\theta_3$ . Combinando las soluciones de las articulaciones  $\theta_3$  y  $\theta_4$ , se encuentran cuatro configuraciones diferentes por solución  $\theta_1$ .

### 3.3.4 Obtención del ángulo de articulación $\theta_5$ .

Recordando la ecuación (1), se obtiene la siguiente expresión:

$${}^0_6T = {}^0_2T {}^2_6T \quad (20)$$

Reescribiendo (20) y transfiriendo las articulaciones  $\theta_1$  y  $\theta_2$  al lado izquierdo tenemos que:

$$[{}^0_2T(\theta_1, \theta_2)]^{-1} {}^0_6T = {}^2_6T \quad (21)$$

Dónde,

$${}^0_2T^{-1} = \begin{bmatrix} c_1 s_2 & s_1 s_2 & c_2 & -l_1 c_2 - l_2 s_2 \\ c_1 c_2 & s_1 c_2 & -s_2 & l_1 s_2 - l_2 c_2 \\ -s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0_6T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2_6T = \begin{bmatrix} \times & \times & -c_3 s_{45} & x \\ \times & \times & -c_{45} & x \\ \times & \times & \times & x \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Igualando los elementos (1, 3) y (2, 3) para ambos lados, se obtienen las siguientes expresiones:

$$r_{13} c_1 s_2 + r_{23} s_1 s_2 + r_{33} c_2 = -c_3 s_{45} \quad (22)$$

$$r_{13} c_1 c_2 + r_{23} s_1 c_2 - r_{33} s_2 = -c_{45} \quad (23)$$

Por lo tanto,  $\theta_5$  se obtiene como:

$$s_{45} = \frac{r_{13} c_1 s_2 + r_{23} s_1 s_2 + r_{33} c_2}{-c_3} \quad (24)$$

$$\theta_5 = \text{atan2}(s_{45}, c_{45}) - \theta_4 \quad (25)$$

### 3.3.5 Obtención del ángulo de articulación $\theta_6$

Expandiendo la ecuación (1), se obtiene la siguiente expresión:

$${}^0_6T = {}^0_5T {}^5_6T \quad (26)$$

Reescribiendo la expresión (26) con las articulaciones conocidas en el lado izquierdo, se obtiene la siguiente expresión:



$$[{}^0_5T(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5)]^{-1} {}^0_6T = {}^5_6T \quad (27)$$

Dónde,

$${}^0_2T^{-1} = \begin{bmatrix} \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times \\ s_1c_3 - c_1s_2s_3 & -c_1c_3 - s_1s_2s_3 & -c_2s_3 & \times \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0_6T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2_6T = \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s_6 & -c_6 & 0 & -l_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Al igualar los elementos (3, 1) y (3, 2) para ambos lados, se obtuvieron las siguientes expresiones:

$$r_{11}(s_1c_3 - c_1s_2s_3) - r_{21}(c_1c_3 + s_1s_2s_3) - r_{31}(c_2s_3) = -s_6 \quad (28)$$

$$r_{12}(s_1c_3 - c_1s_2s_3) - r_{22}(c_1c_3 + s_1s_2s_3) - r_{32}(c_2s_3) = -c_6 \quad (29)$$

Finalmente, el ángulo  $\theta_6$  se calcula como:

$$\theta_6 = \text{atan}(s_6, c_6) \quad (30)$$

Una vez que se calcularon todos los ángulos de las articulaciones, estos fueron verificados sustituyendo dichos ángulos en la transformación homogénea de la expresión (1). Dado que, para calcular los ángulos de la articulación del robot manipulador, se usaron la posición y orientación del efector final. La transformación homogénea obtenida después de la sustitución tiene la misma orientación y posición que los valores de entrada utilizados.

Como se discutió anteriormente, se pueden obtener hasta cuatro configuraciones posibles para cada solución conjunta  $\theta_1$ . Como a los menos dos conjuntos de valores  $\theta_1$  y  $\theta_2$  que satisfacen las expresiones (6) y (8). El método IIK puede converger hasta en 8 soluciones diferentes. Se han

observado casos especiales en los que se pueden obtener hasta 16 soluciones.

Las múltiples soluciones obtenidas con el método IIK representan una ventaja sobre la solución única obtenida con el método de Newton cuando se requiere evitar obstáculos. El criterio para elegir una solución entre las otras a lo largo de una ruta deseada se basa en la configuración más cercana a la elegida en la posición anterior, siempre que el brazo robótico o robot manipulador no golpee el obstáculo.

### **3.4. Simulación y resultados experimentales.**

La simulación y los resultados experimentales se desarrollaron en dos etapas. La primera etapa consistió en una evaluación del método IIK, mediante el uso de tres rutas predefinidas. La segunda etapa se investiga la efectividad de todo el algoritmo de la planificación de ruta, para lo cual se está estableciendo 9 escenarios con diferentes números y patrones de obstáculos. Todos estos obstáculos tienen distintas dimensiones y son colocados en diferentes lugares.

Estos 9 escenarios fueron muestras representativas de configuraciones típicas para el robot manipulador. Para inspeccionar visualmente el rendimiento de estos experimentos se utilizó un simulador robótico, en el que se modeló el manipulador 6 gdl. Se consideraron las dimensiones de todo el manipulador y su efector final de agarre.

Para la siguiente sección, se desarrolla el modelado y simulado del robot manipulador de 6 gdl. Dicho modelado permite mostrar la interfaz gráfica que adquirió las dimensiones y ubicación de los obstáculos en una forma en que una cámara de video lo haría.

### **3.5. Resultados experimentales de simulación (SR)**

#### **3.3.6 Resultados obtenidos de las rutas predefinidas.**

La efectividad del método IIK que se propuso fue verificado y resuelto el problema de la cinemática inversa para tres rutas predefinidas. Cada camino

correspondía a una tarea particular del brazo robótico con los siguientes escenarios:

- 1) mover el efector final del manipulador desde una altura similar a la de una mesa de comedor estándar (0,8 m) hasta la parte superior de la plataforma del robot (0.45 m),
- 2) desde la planta baja hasta la parte superior de la plataforma del robot (0.45), y
- 3) desde la planta baja hasta la parte superior de la mesa (0.8 m).

Para agarrar y soltar objetos correctamente, se eligieron las orientaciones adecuadas al principio y al final de cada camino. Para cada ruta predefinida, se agregaron dos puntos de ruta o puntos intermedios. Dichos puntos intermedios se colocaron específicamente para evitar la colisión del efector final con cualquier obstáculo estacionario.

Los segmentos que conectan el punto inicial, los puntos intermedios y el punto final se dividieron en 39 pasos cada uno para cubrir un máximo de 30 mm por punto de paso. La orientación de las tres rutas predefinidas se modificó gradualmente en cada paso. Entonces, al final de la ruta, el efector final del manipulador alcanzó la orientación final deseada. Finalmente, en cada paso se implementó el enfoque el método IIK y el método pseudo-inverso de Newton para su comparación a fin de calcular las configuraciones conjuntas.

Al usar el método IIK, pueden existir varias soluciones. Se utilizó un parámetro normalizado llamado índice de esfuerzo ( $E$ ) para elegir la solución que representa los cambios mínimos de los ángulos de las articulaciones. Tal índice es de gran importancia durante el proceso cinemático inverso ya que ayuda a elegir la solución más eficiente. Este índice se obtuvo sumando el valor absoluto de la diferencia de cada ángulo de las articulaciones de un paso a otro y luego dividiendo la suma por el número de uniones de la siguiente manera:

$$E_i = \frac{\sum_n^6 = 1 \text{ abs}(\theta_{n,i} - \theta_{n,i-1})}{6} \quad (31)$$

Dónde,

$i$  es el número de paso ( $i = 1,2,3, \dots, 39$ ), y

$n$  es el número conjunto ( $n = 1,2,3,4,5,6$ ).

### 3.3.6.1. Resultado experimental de la primera ruta predefinida.

La figura 3.5 muestra la primera ruta predefinida (desde la mesa hasta la parte superior del robot). La ruta en línea recta entre el primer y el segundo punto de ruta no se implementó porque no se encontraron soluciones alcanzables con las orientaciones dadas. Este problema se resolvió usando un arco de ruta. Dado que el método de Newton converge a una solución cercana a la suposición inicial (en este caso, la solución del paso anterior), las configuraciones conjuntas obtenidas por ambos métodos (IIK y Newton) tenían exactamente los mismos valores.

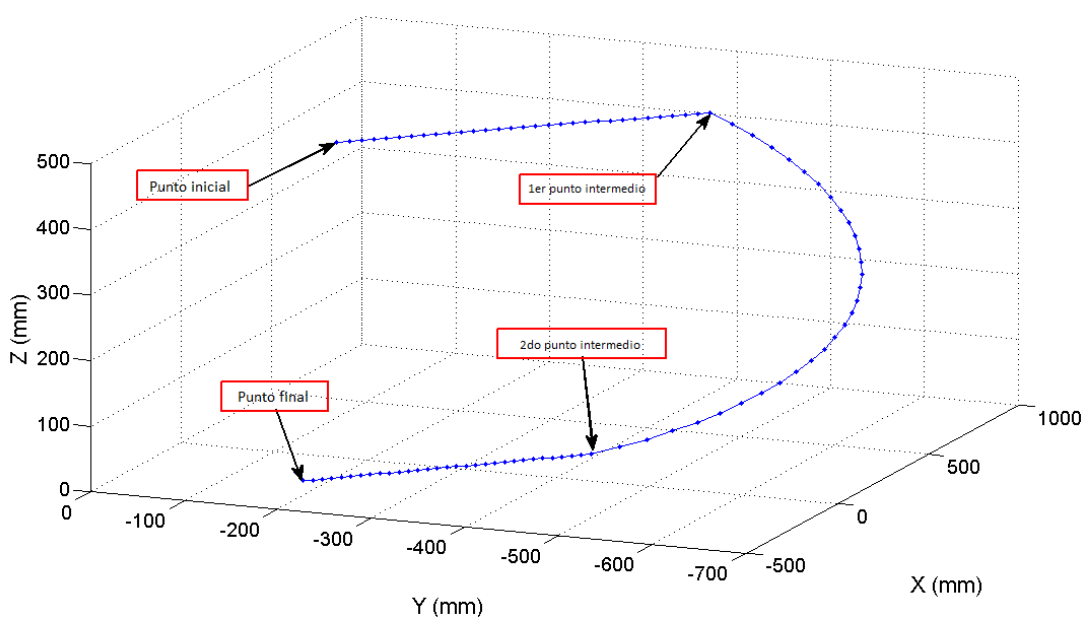


Figura 3. 5: Primera ruta predefinida del brazo robótico de 6 gdl.  
Elaborado por: Autor

Los ángulos de la articulación son mostrados en la figura 3.6. El esfuerzo del ángulo de la articulación normalizado ( $E$ ), es requerido para mover el robot manipulador de un paso al siguiente. Dicho índice para este camino se presenta en la figura 3.7. Dado que los ángulos de las articulaciones fueron casi idénticos, se usaron ambos métodos de cinemática inversa (IIK y Newton). Se concluye que los gráficos de esfuerzo de desplazamiento de la articulación también fueron idénticos.

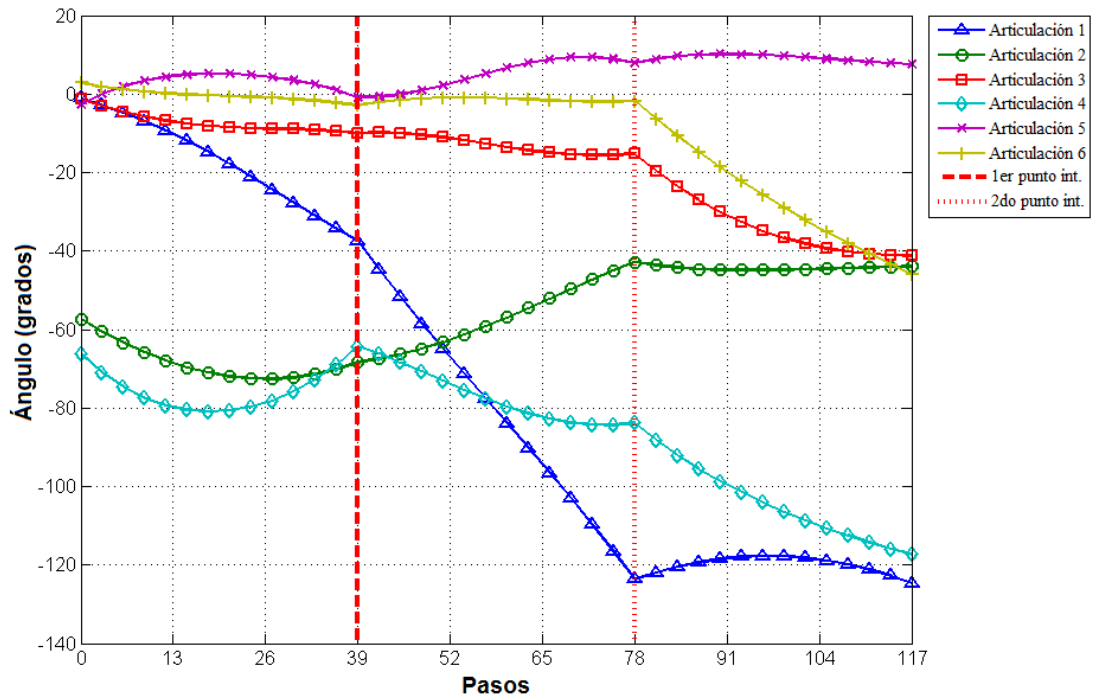


Figura 3. 6: Ángulos de la articulación de la primera trayectoria predefinida usando el método IIK y el método de Newton.

Elaborado por: Autor

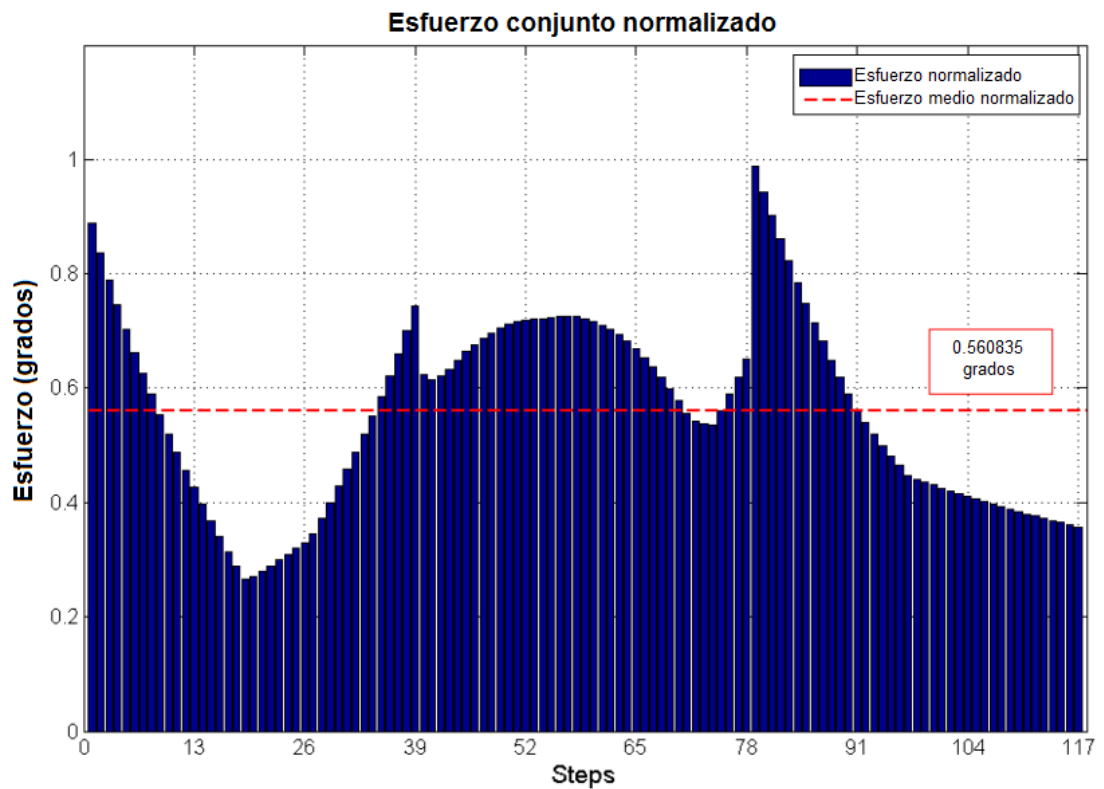


Figura 3. 7: Primer índice de esfuerzo conjunto predefinido para los métodos de Newton e IIK.

Elaborado por: Autor

El esfuerzo computacional requerido para los dos métodos con el fin de resolver el problema de la cinemática inversa a lo largo de la trayectoria fue medido y puede observar en la figura 3.8. Es importante recordar que el método IKK puede encontrar hasta 8 soluciones diferentes por posición. Mientras que, el método de Newton utiliza Jacobianos pseudoinversos que solo converge a una solución.

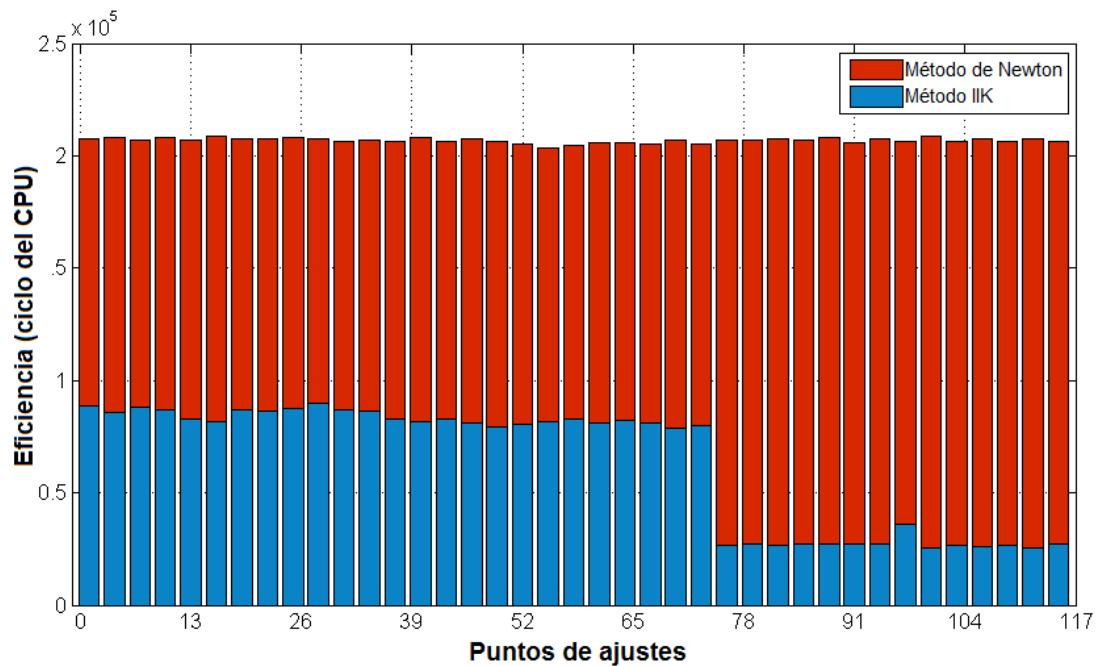


Figura 3. 8: Esfuerzo computacional para la primera ruta predefinida.  
Elaborado por: Autor

### 3.3.6.2. Resultado experimental de la segunda ruta predefinida.

Para la segunda ruta predefinida (desde la planta baja hasta la parte superior del robot) y de manera similar a la sección 3.3.6.1, desde la figura 3.8 hasta la figura 3.11 se muestra la representación de la ruta en el sistema de coordenadas cartesianas, así como los desplazamientos angulares conjuntos, el índice de esfuerzo conjunto y el índice de esfuerzo computacional. De forma similar a la primera ruta predefinida, se utilizó una ruta de arco para conectar los puntos de ruta en la segunda ruta debido a la ausencia de soluciones cuando se usa una ruta en línea recta.

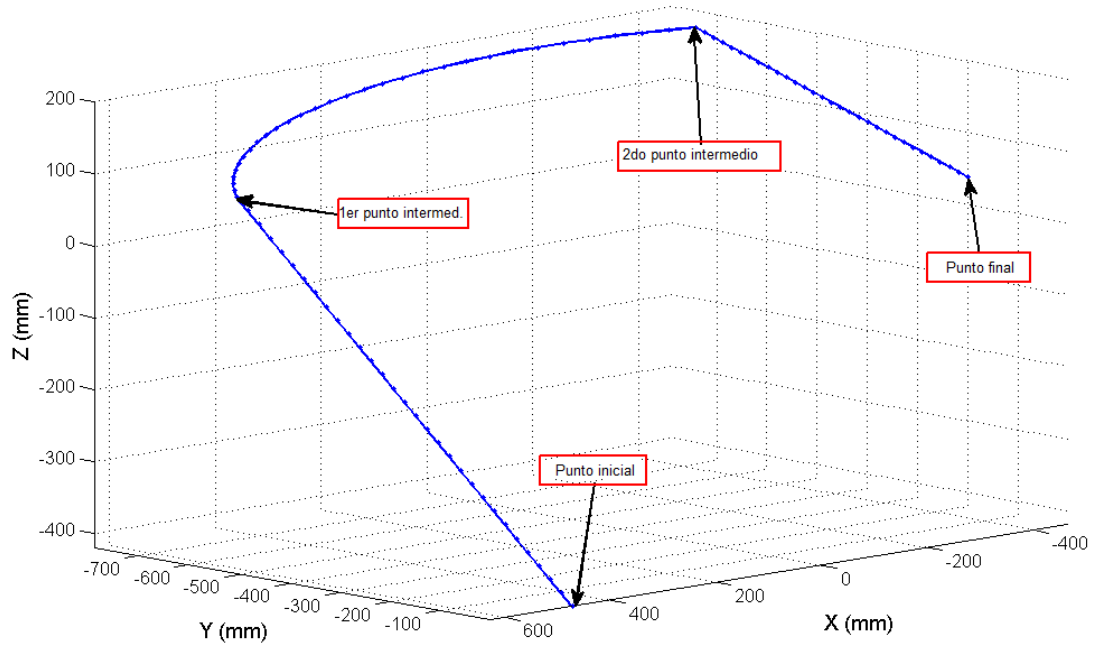


Figura 3. 9: Segunda ruta predefinida del brazo robótico 6 gdl.  
Elaborado por: Autor

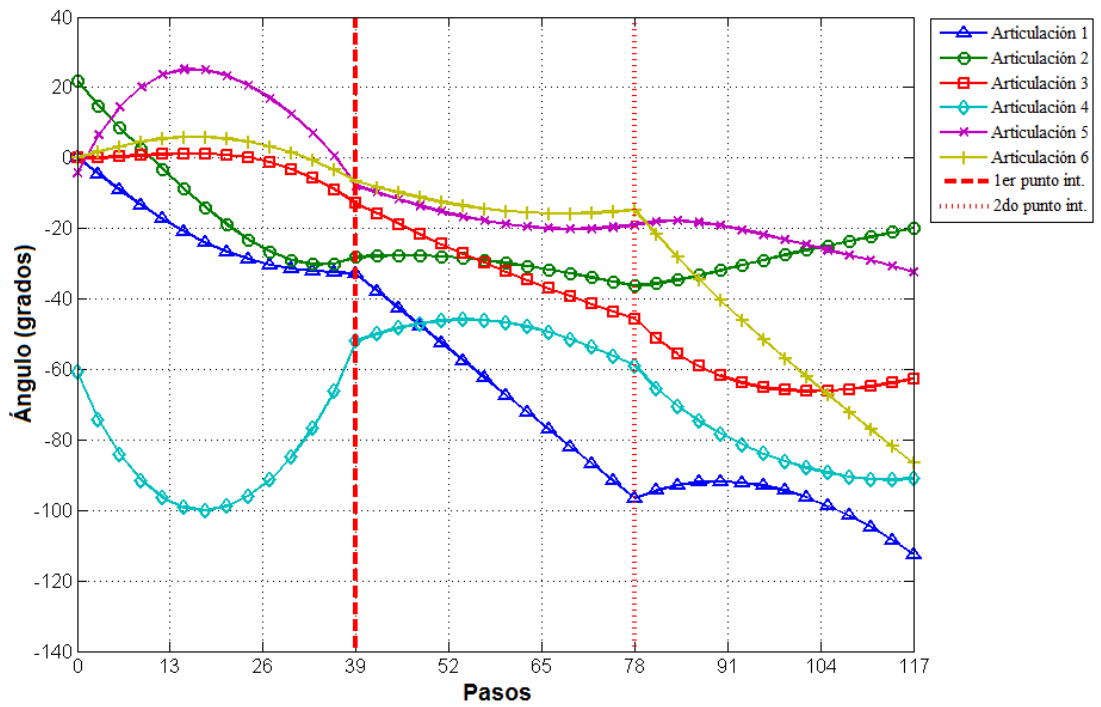


Figura 3. 10: Ángulos de la articulación de la segunda trayectoria predefinida usando el método IIK y el método de Newton.  
Elaborado por: Autor

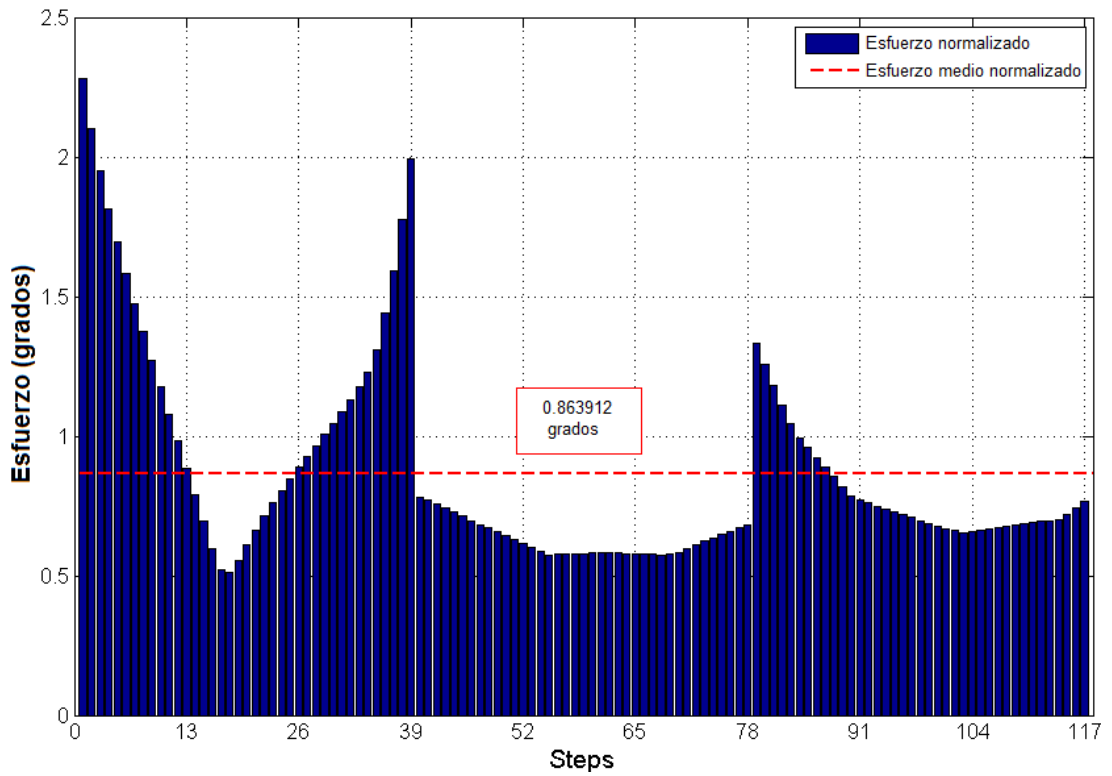


Figura 3. 11: Segundo índice de esfuerzo conjunto predefinido para los métodos IIK y Newton.  
Elaborado por: Autor

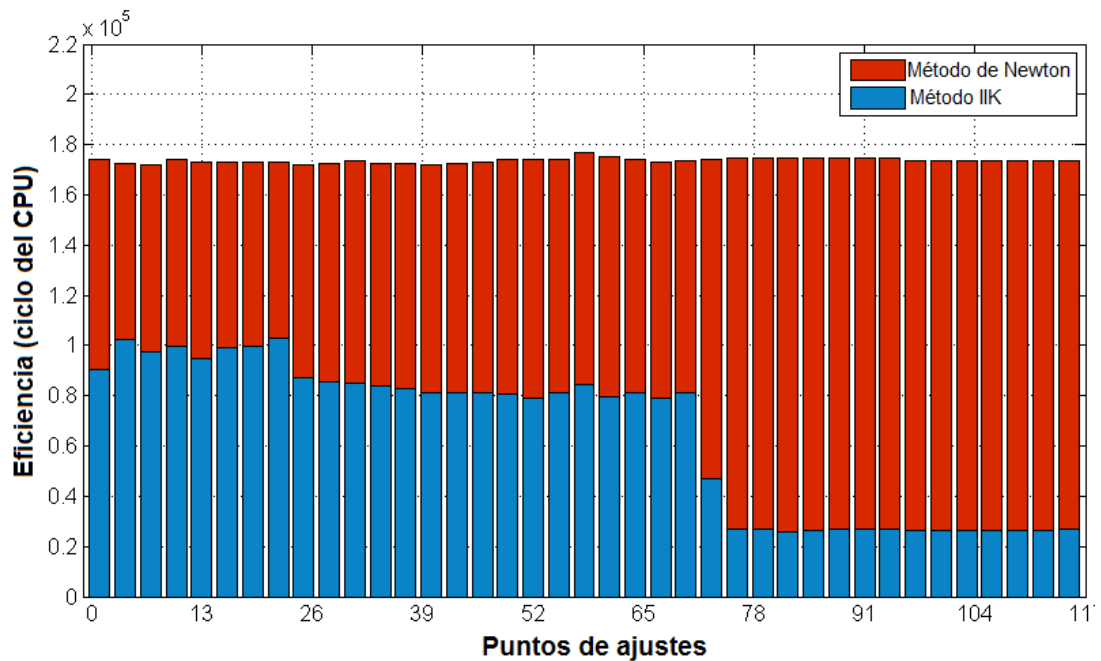


Figura 3. 12: Esfuerzo computacional para la segunda ruta predefinida.  
Elaborado por: Autor



### 3.3.6.3. Resultado experimental de la tercera ruta predefinida.

Las figuras 3.13 a 3.16 muestran las representaciones de la trayectoria en el sistema de coordenadas cartesianas, el desplazamiento angular de la articulación, el índice de esfuerzo conjunto y el índice de esfuerzo computacional para la tercera trayectoria predefinida (planta baja a mesa).

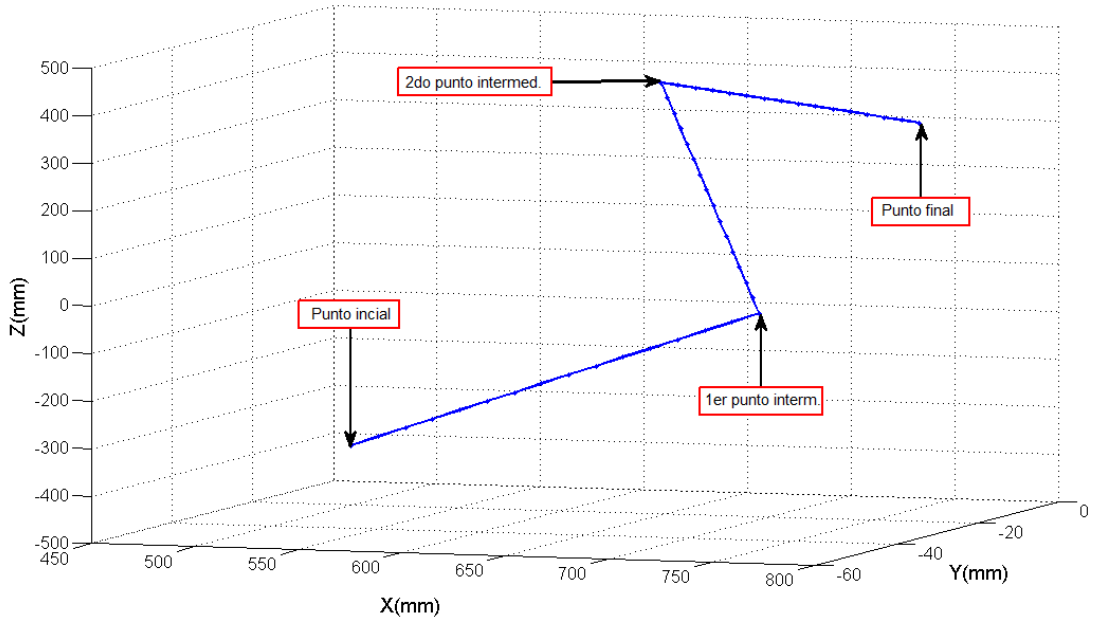


Figura 3. 13: Tercera ruta predefinida del brazo robótico de 6 gdl.  
Elaborado por: Autor

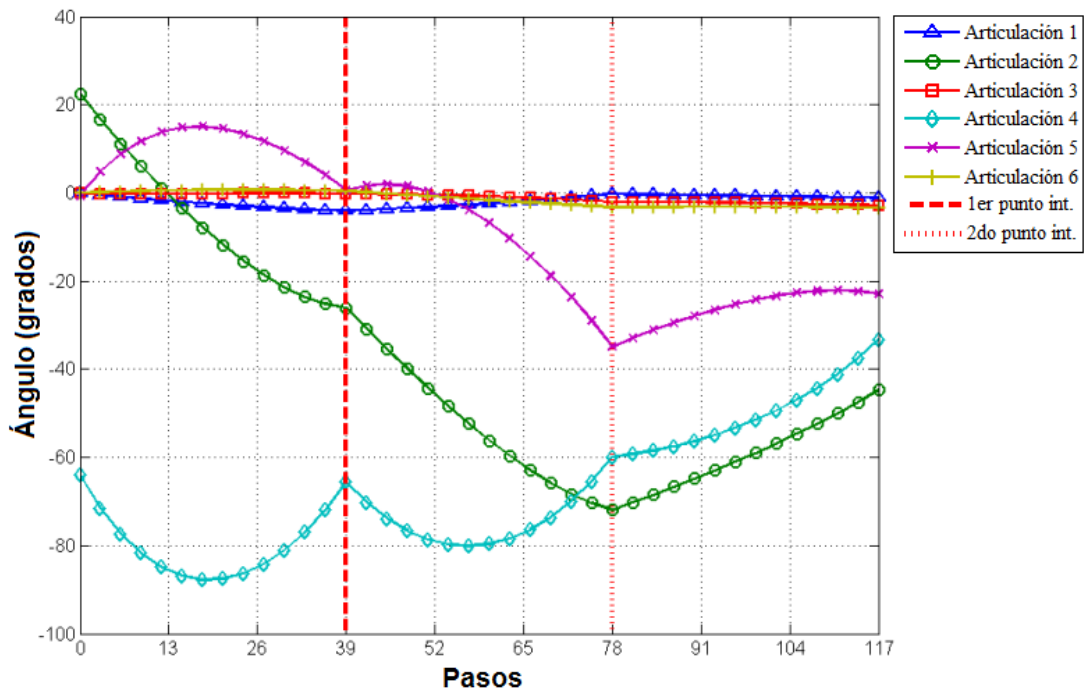


Figura 3. 14: Ángulos de la articulación de la tercera trayectoria usando los métodos IIK y Newton.

Elaborado por: Autor

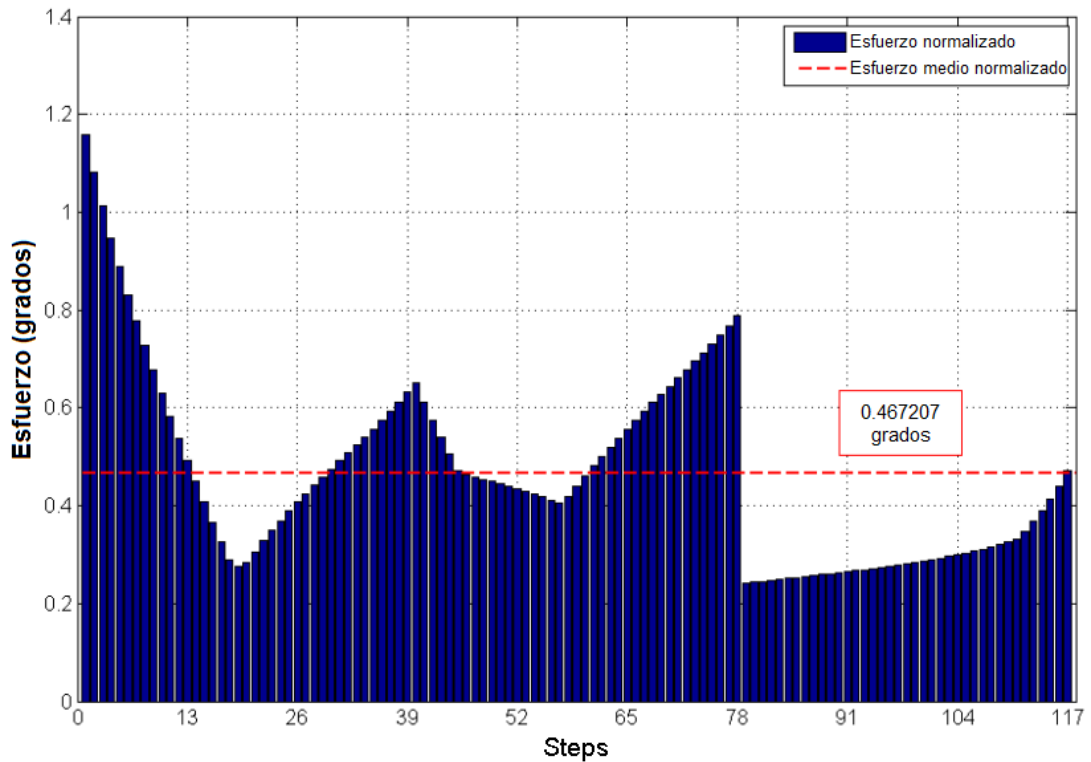


Figura 3. 15: Tercer índice de esfuerzo conjunto predefinido para los métodos IIK y Newton.  
Elaborado por: Autor

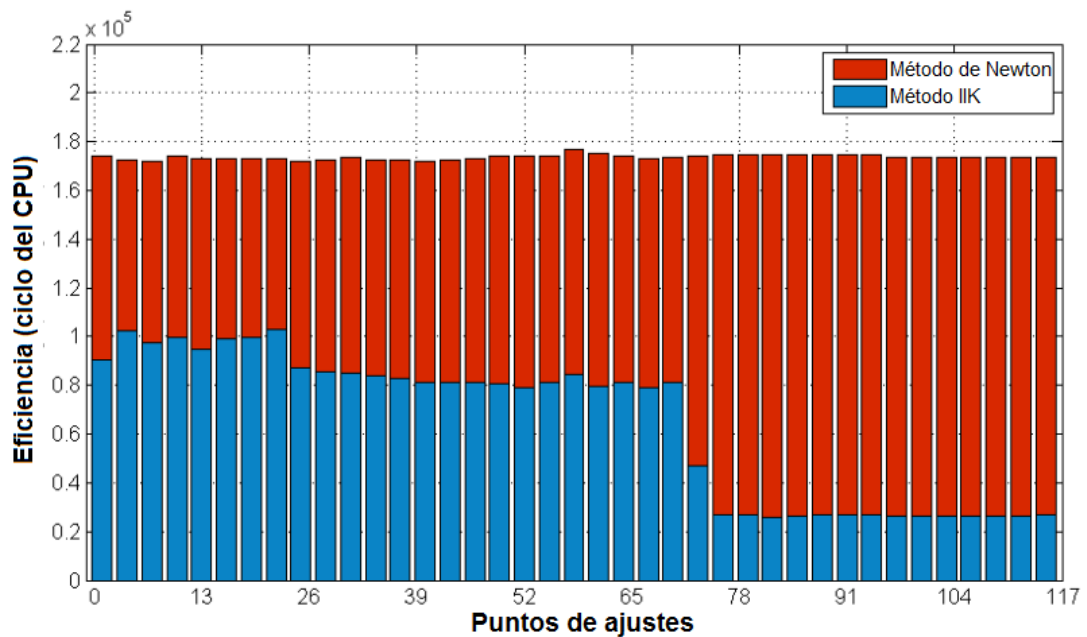


Figura 3. 16: Esfuerzo computacional para la tercera ruta predefinida.  
Elaborado por: Autor

Finalmente, al realizar las simulaciones antes mencionadas, se verificó que el método IIK propuesto era capaz de derivar múltiples configuraciones del brazo o robot manipulador cuando existe una solución. Analizando las

figuras 3.8, 3.12 y 3.16, se demostró que los esfuerzos computacionales necesarios para resolver la cinemática inversa usando el método IIK eran menores que los requeridos por el método pseudoinverso de Newton por solución.

### **3.3.7 Resultado experimental de rutas sin colisiones.**

Todo el método de planificación de ruta se verificó probando el algoritmo. Para ello, fue necesario la simulación por computadora en nueve escenarios diferentes. Estos escenarios comprenden varias situaciones de movimiento del brazo robótico de 6 gdl: (1) moviéndose sobre uno o varios obstáculos, (2) moviéndose sobre obstáculos de tamaño mediano y grande, (3) moviéndose entre diferentes regiones, y (4) finalmente realizando operaciones típicas de elegir y colocar moviendo un objeto de una superficie a otra. Los nueve escenarios diferentes se muestran a partir de la figura 3.17.

En cada escenario, cada obstáculo se modeló como un prisma rectangular amarillo. La superficie anaranjada que se presenta alrededor de cada obstáculo representa el recinto elipsoide al que repele el camino, y forma el camino libre de colisiones. Las líneas azules representan al brazo robótico de 6 gdl de varias instancias de configuraciones a lo largo de su camino. Se puede observar una zona de seguridad entre el límite del elipsoide y el camino planificado en cada escenario.

La figura 3.21 muestra el algoritmo de planificación de ruta que eligió dos puntos intermedios para evitar las zonas de conflicto de movimiento del manipulador. Los ángulos de las articulaciones se trazaron en esta etapa para inspeccionar la ruta definida desde el punto de paso al paso y asegurar transiciones suaves.

Como antes, el índice de esfuerzo de movimiento normalizado requerido para el brazo robótico se calculó usando la expresión (31). La velocidad angular elegida para el brazo robótico es de 6 gdl es proporcional al índice de esfuerzo conjunto obtenido.

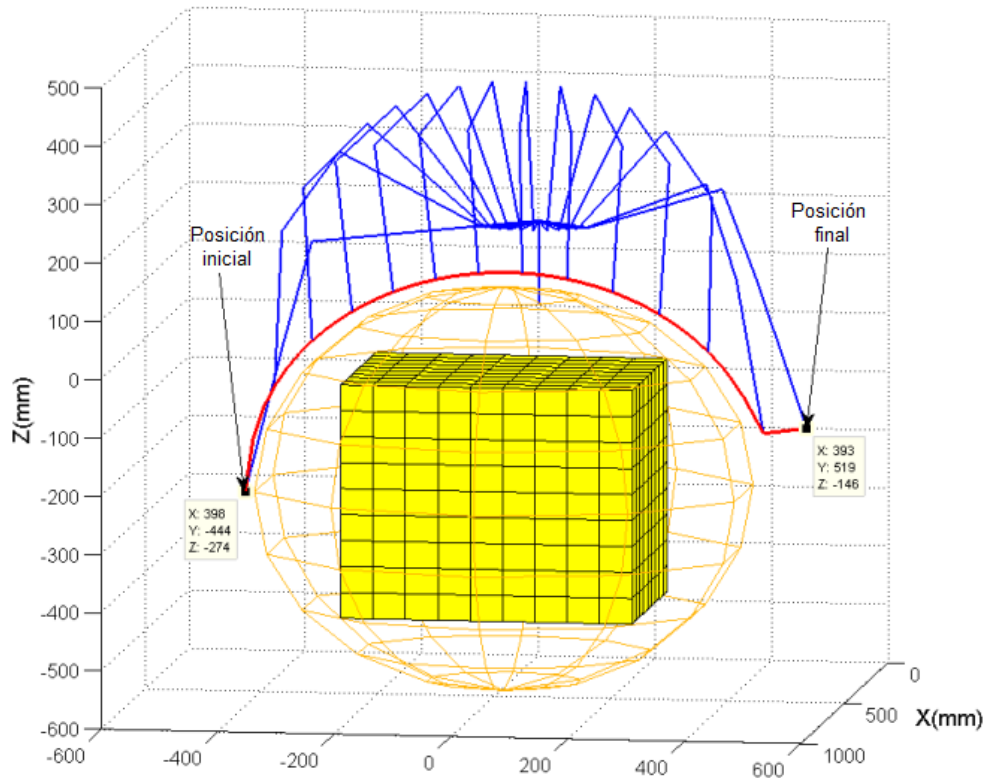


Figura 3. 17: Operación de recoger y colocar objetos del brazo robótico sobre un obstáculo.

Elaborado por: Autor

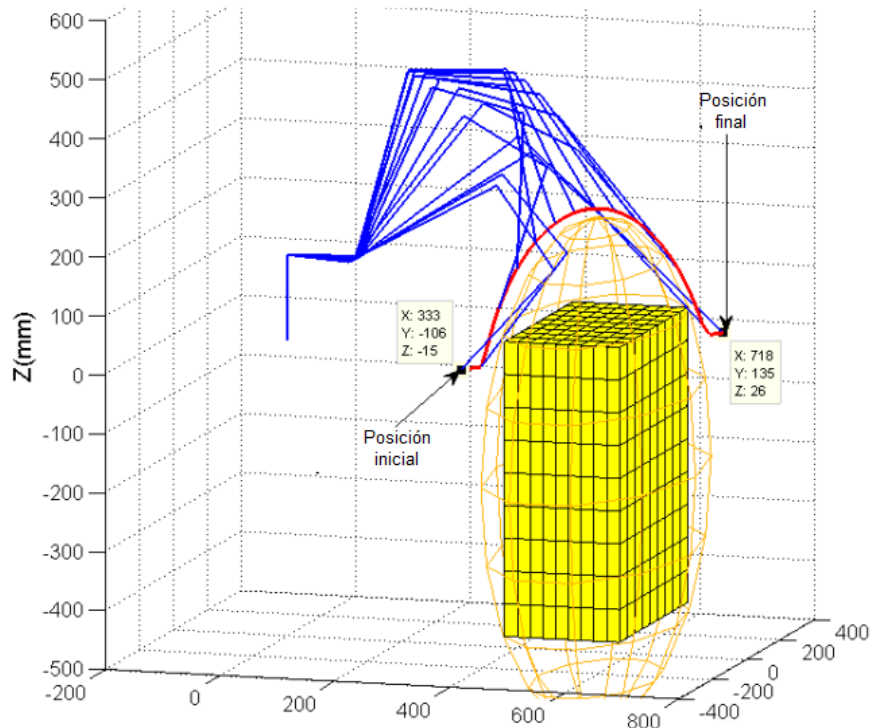


Figura 3. 18: Operación de recoger y colocar objetos del brazo robótico a través de un obstáculo.

Elaborado por: Autor

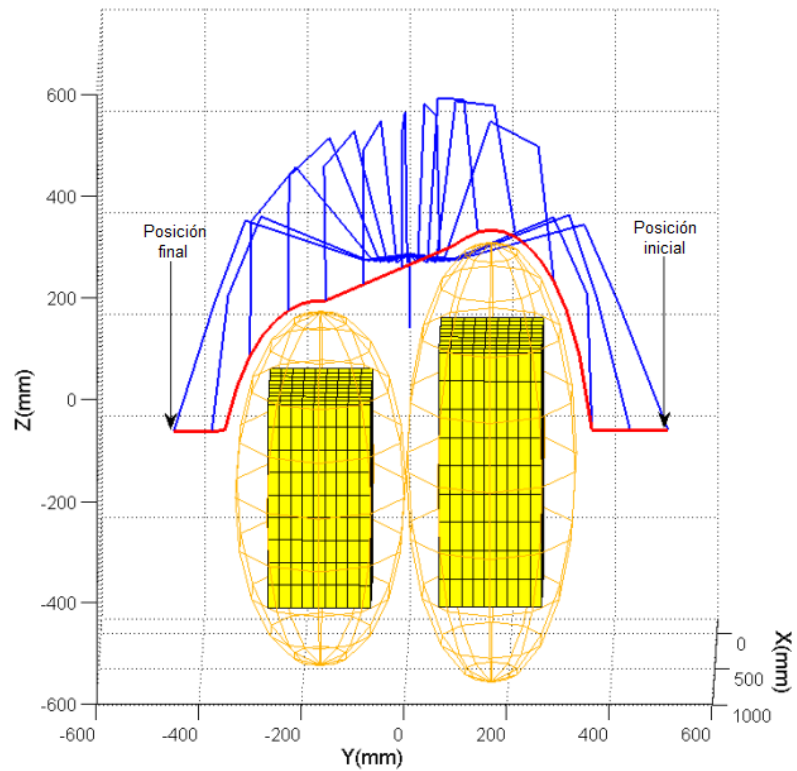


Figura 3. 19: Operación de recoger y colocar objetos del brazo robótico con más de dos obstáculos.  
Elaborado por: Autor

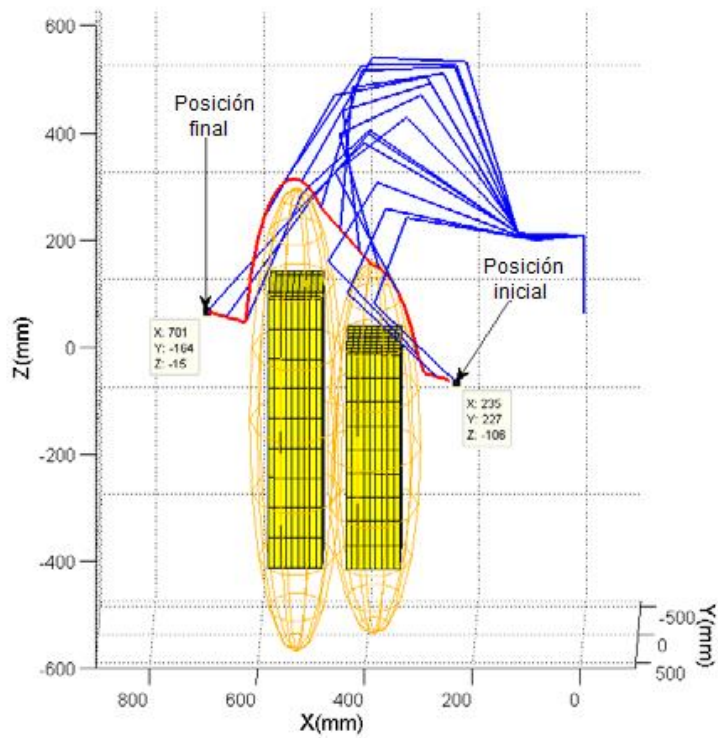


Figura 3. 20: Operación de recoger y colocar objetos del brazo robótico a través de dos obstáculos.  
Elaborado por: Autor

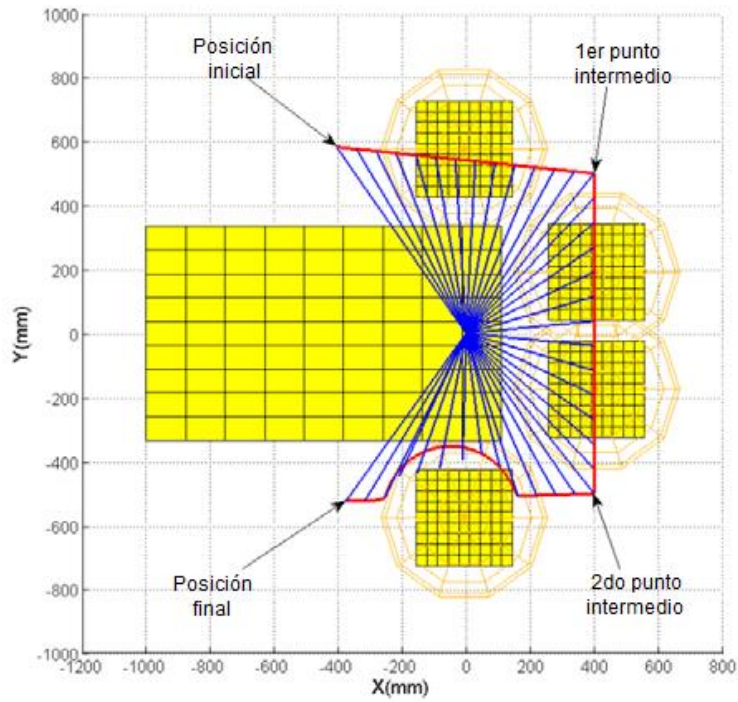


Figura 3. 21: Operación de recoger y colocar objetos del brazo robótico a través de diferentes regiones.  
Elaborado por: Autor

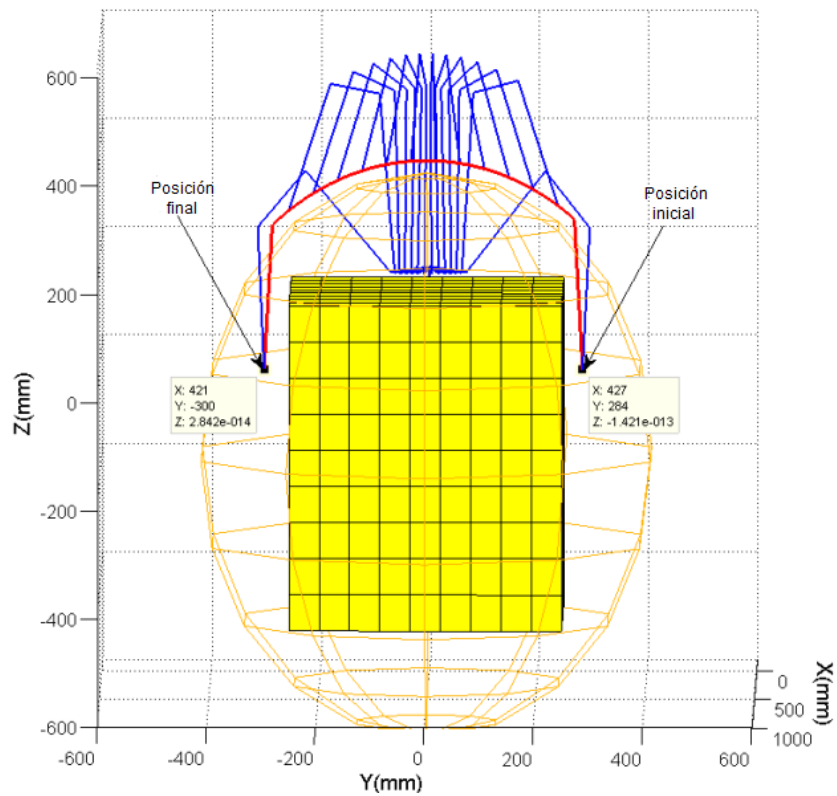


Figura 3. 22: Operación de recoger y colocar objetos del brazo robótico sobre un gran obstáculo.  
Elaborado por: Autor

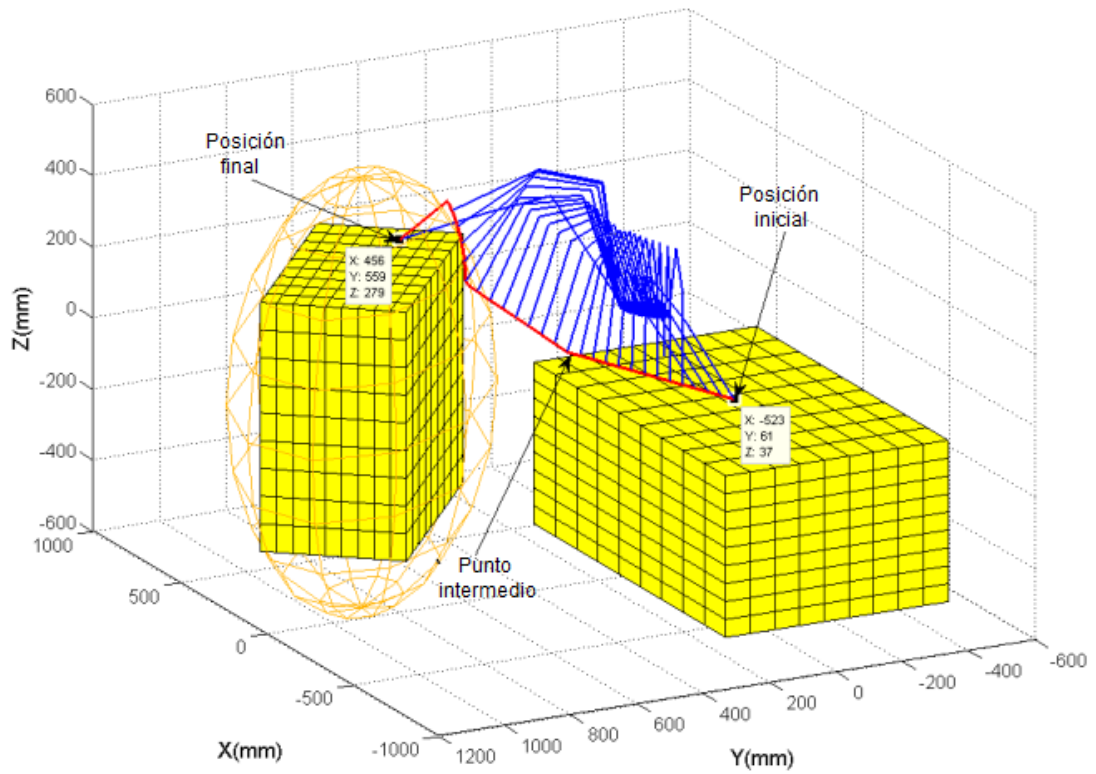


Figura 3. 23: Operación de recoger y colocar objetos del brazo robótico desde la parte superior de la plataforma hasta la parte superior de la mesa.  
Elaborado por: Autor

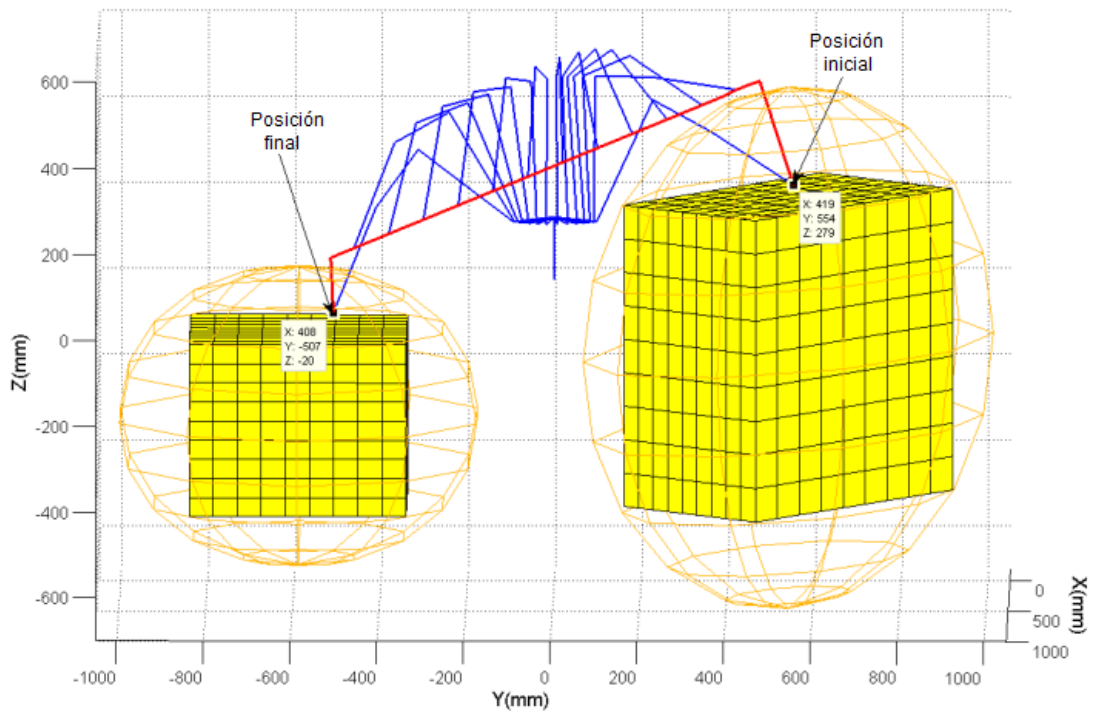


Figura 3. 24: Operación de recoger y colocar objetos del brazo robótico desde la parte superior de un obstáculo a otro.  
Elaborado por: Autor



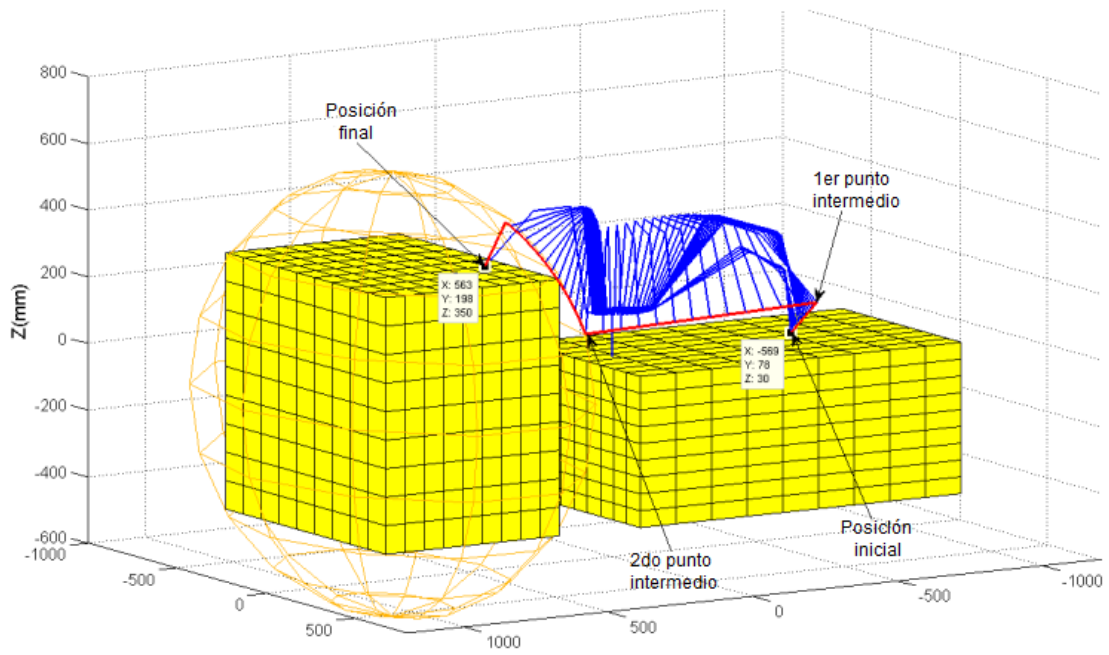


Figura 3. 25: Operación de recoger y colocar objetos del brazo robótico desde la parte superior de la plataforma del robot hasta la parte superior de una mesa.

Elaborado por: Autor



## **CAPÍTULO 4: Conclusiones y Recomendaciones.**

### **4.1. Conclusiones.**

- La argumentación teórica de la robótica de manipuladores fue fundamental para el modelado de las articulaciones del brazo robótico.
- El desarrollo del modelado y simulación del brazo robótico de 6 gdl se pudo realizar considerando los parámetros DH y el análisis de los métodos de cinemática interactiva como también el método de Newton.
- Los resultados obtenidos fueron los esperados ya que cada uno correspondía al modelado realizado para cada articulación.

### **4.2. Recomendaciones.**

- Desarrollar una aplicación práctica en el reconocimiento visual y su aplicación al control del brazo del robótico.
- Desarrollar un novedoso sistema de enseñanza para la robótica de manipuladores en aplicaciones industriales.

## Bibliografía

- Asada, H. H. (2018). Robot Mechanisms [Open Course Ware]. Recuperado el 13 de enero de 2018, a partir de <https://ocw.mit.edu/courses/mechanical-engineering/2-12-introduction-to-robotics-fall-2005/lecture-notes/>
- Asif, H., Nasir, A., Shami, U. T., Rizvi, S. T. H., & Gulzar, M. M. (2017). Design and comparison of linear feedback control laws for inverse Kinematics based robotic arm (pp. 1–6). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICET.2017.8281705>
- Behi, F., & Tesar, D. (1991). Parametric identification for industrial manipulators using experimental modal analysis. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 7(5), 642–652. <https://doi.org/10.1109/70.97876>
- Corke, P. I. (2011). *Robotics, vision and control: fundamental algorithms in MATLAB*. Berlin: Springer.
- Craig, J. J. (2018). *Introduction to robotics: mechanics and control* (Fourth edition). NY NY: Pearson.
- Crane, C. D., & Duffy, J. (2008). *Kinematic analysis of robot manipulators*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Dejan, Ž. J., Lubura, S. D., & Stankovski, S. (2013). Development of a new controller with FPGA for PUMA 560 robot. *IFAC Proceedings Volumes*, 46(28), 161–166. <https://doi.org/10.3182/20130925-3-CZ-3023.00069>
- Ericsson, M., Nylén, P., Danielsson, F., & Johansson, H. (2005). Off-Line Programming or Robots for Metal Deposition. Presentado en 7th International Conference on Trends in Welding Research, Georgia. Recuperado a partir de

[http://www.lth.se/fileadmin/maskinkonstruktion/robotteknik/arkiv/2005/ericsson\\_trendsinvelding.pdf](http://www.lth.se/fileadmin/maskinkonstruktion/robotteknik/arkiv/2005/ericsson_trendsinvelding.pdf)

Gómez, S., Sánchez, G., Zarama, J., Castañeda R., M., Escoto A., J., Torres, J., ... Lopez, J. (2015). Design of a 4 dof robot manipulator with optimized algorithm for inverse kinematics. *International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering*, 9(6). Recuperado a partir de <http://waset.org/publications/10001380/design-of-a-4-dof-robot-manipulator-with-optimized-algorithm-for-inverse-kinematics>

Gulzar, M. M., Murtaza, A. F., Ling, Q., Javed, M. Y., Rizvi, S. T. H., & Rana, R. A. (2015). Kinematic modeling and simulation of an economical SCARA manipulator by Pro-E and verification using MATLAB/Simulink (pp. 102–107). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICOSST.2015.7396410>

Hassan, N. (2011). *A hybrid reconfigurable computer integrated manufacturing cell for mass customisation* (Tesis de Maestría). Recuperado a partir de [http://researchspace.ukzn.ac.za/bitstream/handle/10413/5110/Hassan\\_Nazmier\\_2011.pdf?sequence=1&isAllowed=y](http://researchspace.ukzn.ac.za/bitstream/handle/10413/5110/Hassan_Nazmier_2011.pdf?sequence=1&isAllowed=y)

Jha, P., & Biswal, B. B. (2014). A Neural Network Approach for Inverse Kinematic of a SCARA Manipulator. *IAES International Journal of Robotics and Automation (IJRA)*, 3(1), 52–61.

Kemp, C., Edsinger, A., & Torres-Jara, E. (2007). Challenges for robot manipulation in human environments [Grand Challenges of Robotics]. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 14(1), 20–29. <https://doi.org/10.1109/MRA.2007.339604>

Lenarčič, J., Bajd, T., & Stanišić, M. M. (2013). Mechanisms. En *Robot Mechanisms* (pp. 61–89). Springer, Dordrecht. Recuperado a partir de [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-94-007-4522-3\\_2](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-94-007-4522-3_2)

Saha, S. K. (2011). *Introducción a la Robótica*. España: McGraw-Hill España. Recuperado a partir de

<https://library.biblioboard.com/content/22dd048b-ff4b-416a-82de-376bc569b8fa>

Stäubli. (2007). RX160 series industrial robots. Recuperado a partir de [http://www.rixan.com/Portals/0/Staubli%20Brochures/Staubli\\_RX160.pdf](http://www.rixan.com/Portals/0/Staubli%20Brochures/Staubli_RX160.pdf)

Tai, K., El-Sayed, A.-R., Shahriari, M., Biglarbegian, M., & Mahmud, S. (2016). State of the Art Robotic Grippers and Applications. *Robotics*, 5(4), 11. <https://doi.org/10.3390/robotics5020011>

Tibaduiza, D. A., Amaya, I., Rodríguez, S., Mejía, N., & Flórez, M. (2011). Implementación de un control fuzzy para el control cinemático directo en un robot manipulador. *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*, 19(3), 312–322. <https://doi.org/10.4067/S0718-33052011000300002>

Toquica A., J. S., & Álvares, A. J. (2016). Implementación de la Técnica Retrofitting Para el Robot ASEA IRB6-s2 Usando LinuxCNC (Vol. 9). Presentado en Congresso Nacional de Engenharia Mecânica – CONEM 2016, Fortaleza, Brasil. <https://doi.org/10.20906/CPS/CON-2016-0563>

Yousif, Z. M. O., & Fathelrahman, M. (2013). Neuro-Fuzzy Inference System based controller in 6 DoF in PUMA 560 (pp. 1–7). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICCEEE.2013.6633930>



## DECLARACIÓN Y AUTORIZACIÓN

Yo, **ROMERO OLIVO, WILLIAM ISAÍAS** con C.C: # 0930594601 autor del Trabajo de Titulación: **Modelado y simulación de un brazo robótico de 6 gdl para aplicaciones industriales utilizando MatLab** previo a la obtención del título de **INGENIERO ELECTRÓNICO EN CONTROL Y AUTOMATISMO** en la Universidad Católica de Santiago de Guayaquil.

1.- Declaro tener pleno conocimiento de la obligación que tienen las instituciones de educación superior, de conformidad con el Artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior, de entregar a la SENESCYT en formato digital una copia del referido trabajo de titulación para que sea integrado al Sistema Nacional de Información de la Educación Superior del Ecuador para su difusión pública respetando los derechos de autor.

2.- Autorizo a la SENESCYT a tener una copia del referido trabajo de titulación, con el propósito de generar un repositorio que democratice la información, respetando las políticas de propiedad intelectual vigentes.

Guayaquil, 13 de marzo de 2018

f. \_\_\_\_\_

Nombre: ROMERO OLIVO, WILLIAM ISAÍAS

C.C: 0930594601

## **REPOSITORIO NACIONAL EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA**

### **FICHA DE REGISTRO DE TESIS/TRABAJO DE TITULACIÓN**

<b>TÍTULO Y SUBTÍTULO:</b>	MODELADO Y SIMULACIÓN DE UN BRAZO ROBÓTICO DE 6 GDL PARA APLICACIONES INDUSTRIALES UTILIZANDO MATLAB		
<b>AUTOR(ES)</b>	ROMERO OLIVO, WILLIAM ISAIAS		
<b>REVISOR(ES)/TUTOR(ES)</b>	ING. SUAREZ MURILLO, EFRAÍN OSWALDO		
<b>INSTITUCIÓN:</b>	Universidad Católica de Santiago de Guayaquil		
<b>FACULTAD:</b>	Facultad de Educación Técnica para el Desarrollo		
<b>CARRERA:</b>	Ingeniería Electrónica en Control y Automatismo		
<b>TÍTULO OBTENIDO:</b>	Ingeniero Electrónico en Control y Automatismo		
<b>FECHA DE PUBLICACIÓN:</b>	13 de Marzo de 2018	<b>No. DE PÁGINAS:</b>	84
<b>ÁREAS TEMÁTICAS:</b>	Robótica, Microcontroladores, Instrumentación Virtual.		
<b>PALABRAS CLAVES/ KEYWORDS:</b>	Robótica, Manipulador, GDL, MatLab, Cinemática, Modelado		
<b>RESUMEN/ABSTRACT (150-250 palabras):</b>			
<p>El presente trabajo de titulación permitió desarrollar una herramienta de simulación a través del modelado de un robot manipulador o brazo robótico con 6 grados de libertad utilizando el software MatLab. La primera parte del documento consiste en la descripción general del trabajo de titulación, entre lo más importante la definición y justificación del problema, objetivo general y específicos, y la metodología de investigación que se utilizó en el presente proyecto. La segunda parte, se procedió a describir los fundamentos teóricos de la robótica, en especial de la parte industrial en lo que los brazos robóticos o robots manipuladores, también fueron analizados la parte cinemática directa e inversa a través del método IIK, también fue considerado los parámetros de DH. Finalmente, se desarrollaron las expresiones matemáticas que permiten modelar y simular el brazo robótico con 6 gdl utilizando MatLab. Los resultados obtenidos dependieron de la movilidad y trayectoria del manipulador considerando las articulaciones del mismo.</p>			
<b>ADJUNTO PDF:</b>	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO	
<b>CONTACTO CON AUTOR/ES:</b>	<b>Teléfono:</b> 593-978848153	E-mail: isaias.olivo@hotmail.com	
<b>CONTACTO CON LA INSTITUCIÓN: COORDINADOR DEL PROCESO DE UTE</b>	<b>Nombre:</b> Mendoza Merchán, Eduardo Vicente		
	<b>Teléfono:</b> +593-985086815		
	<b>E-mail:</b> eduardo.mendoza@cu.ucsg.edu.ec		
<b>SECCIÓN PARA USO DE BIBLIOTECA</b>			
<b>Nº. DE REGISTRO (en base a datos):</b>			
<b>Nº. DE CLASIFICACIÓN:</b>			
<b>DIRECCIÓN URL (tesis en la web):</b>			